

**Optimierungsalgorithmen zur Entwicklung von
Steuerungsstrategien
in städtischen Kanalnetzen**

von

Barbara Knemeyer

Prüfer:

Prof. Dr.rer.nat. H. Epheser
Institut für Angewandte Mathematik

Prof. Dr.-Ing. F. Sieker
Institut für Wasserwirtschaft

Universität Hannover

DEZEMBER 1992

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	5
1.1	Formulierung der zu behandelnden Probleme	5
1.2	Zielsetzung	6
2	Verfahren zur Lösung restringierter Optimierungsprobleme	7
2.1	Grundlagen und Definitionen	7
2.2	Verfahren der konvexen Optimierung	10
2.2.1	Simplexverfahren	12
2.2.2	Schnittebenenverfahren	14
2.2.3	Methoden zulässiger Richtungen	17
2.2.4	Strafkostenverfahren	25
2.3	Globale Minimierung von Zielfunktionen mit lokalen Minima	31
2.3.1	Branch-and-Bound-Methoden	33
3	Mathematische Optimierung in der Kanalnetzsteuerung	44
3.1	Einführung in das Steuerungsproblem	44
3.2	Beschreibung des Ersatzsystems	47
3.3	Dynamische Randbedingungen	52
3.4	Systembelastungen	53
3.5	Steuerungsziele als mathematischer Ausdruck	54
4	Anwendung der Optimierungsverfahren auf ein synthetisches Kanalnetz	63
4.1	Systembeschreibung	63
4.2	Steuerungsaufgabe als Optimierungsproblem	66
4.2.1	Modellbildung und Randbedingungen	66
4.2.2	Wahl der Regenerenisse	69
4.2.3	Kostenfestlegung	72

4.3 Simulationsergebnisse	77
4.3.1 Allgemeines	77
4.3.2 Der Bezugsfall	81
4.3.3 Sensitivitätsanalysen	87
5 Zusammenfassung und Ausblicke	134
Literaturverzeichnis	136
Abbildungsverzeichnis	138
Tabellenverzeichnis	141
Anlagen	

Hiermit versichere ich, die vorliegende Arbeit selbständig angefertigt und keine anderen als die angegebenen Hilfsmittel verwendet zu haben.

Hannover, Dezember 1992

gen von Optimierungsverfahren in der Kanalnetzsteuerung sind daher Sensitivitätsanalysen und Vergleichsstudien von großem Nutzen.

1.2 Zielsetzung

Mit Hilfe verschiedener Methoden der mathematischen Optimierung wird in dieser Arbeit versucht, eine Steuerungsstrategie für Entwässerungssysteme entsprechend den gegebenen Steuerungszielen zu bestimmen. Zwei der vorgestellten Verfahren werden anschließend auf ein ausgewähltes Kanalnetz angewendet.

Die Arbeit unterteilt sich folgendermaßen in einen mathematischen, einen hydrologischen und einen anwendungsorientierten Teil.

In Kapitel 2 werden verschiedene mathematische Optimierungsverfahren zunächst für allgemeine Problemstellungen vorgestellt und diskutiert. Diese Methoden konzentrieren sich aber letztendlich auf die Lösung von Steuerungsproblemen mit linearen Randbedingungen.

Auf Grundlage der hydraulischen, betrieblichen und gewässergütemwirtschaftlichen Begebenheiten wird im dritten Kapitel das allgemeine Steuerungsproblem dargestellt und als Optimierungsaufgabe formuliert. Diese Aufgabe wird speziell für die beiden ausgewählten und programmierten Optimierungsmethoden erstellt.

In Kapitel 4 werden Steuerungsprobleme für ein konstruiertes, synthetisches Kanalnetz aufgestellt und anhand konkreter Rechenläufe die Anwendbarkeit der beiden Optimierungsverfahren getestet. Sensitivitätsanalysen und Vergleichsstudien sollen Aufschluß über den Einfluß verschiedener Voraussetzungen geben und das Verhalten der beiden Methoden veranschaulichen.

Kapitel 1

Einleitung

1.1 Formulierung der zu behandelnden Probleme

Aufgrund des hohen Wasserbedarfs, der wachsenden Bevölkerungs- und Industriedichte und des steigenden Umweltbewußtseins nimmt die Kanalnetzsteuerung einen immer größer werdenden Stellenwert im Abwassertransport ein.

Anstatt konstruktiver Maßnahmen (Bau zusätzlicher Speicherkapazitäten) oder konzeptioneller Maßnahmen (Ableitung unbelasteten Regenwassers) soll hier durch gezielte Eingriffe auf die Steuerungseinrichtungen (Pumpen, Wehre) versucht werden, die vorhandenen Speicherkapazitäten so zu nutzen, daß ein Minimum an Schäden und Beeinträchtigungen entsteht. Unter einer Steuerstrategie wird eine Auswahl aus der Menge aller Sollwerte für das Betreiben der im Kanal vorhandenen Steuerungseinrichtungen und der sich daraus ergebenden Zustände über einen Zeitraum verstanden. Eine optimale Steuerungsstrategie eines Entwässerungssystems kann beispielsweise vorliegen, wenn Entlastung oder sogar Überstau erst bei vollständiger Auslastung aller vorhandenen Speicherkapazitäten eintreten.

Zur Ermittlung der für eine gegebene Situation im Kanalnetz günstigsten Steuerung kann - neben der Erfahrung des Bedienungspersonals bei manueller Steuerung, der Verwendung von Expertensystemen oder heuristischen Methoden - die Anwendung der mathematischen Optimierung dienen, welche Gegenstand dieser Arbeit ist.

Für eine erfolgreiche Strategiefindung ist eine zutreffende Darstellung der einzelnen Elemente des Netzes im Optimierungsmodell erforderlich. Auf Basis dieses Ersatzsystems muß das bestehende Steuerungsproblem als Optimierungsaufgabe formuliert werden. Seine Lösung legt dann die mit dem gewählten Verfahren berechnete, als optimal bestimmte Steuerungsstrategie für das Entwässerungssystem fest. Die Wahl des Verfahrens und die Formulierung des Steuerungsproblems beeinflussen maßgeblich die Bestimmung und Güte dieser Steuerungsstrategie. Für weitere Verwendun-

Kapitel 2

Verfahren zur Lösung restringierter Optimierungsprobleme

In Wissenschaft und Technik tritt häufig das Problem auf, aus einer Reihe von Alternativen die in irgendeinem Sinne beste auszusuchen und zu realisieren. Die Optimierung befaßt sich mit der Aufgabe, den Extremwert einer Funktion von endlich vielen Variablen unter Berücksichtigung gewisser durch Gleichungen und Ungleichungen gegebenen Nebenbedingungen zu ermitteln. Indem versucht wird, charakteristische Eigenschaften der Optimierungsaufgabe zu ermitteln, sollen Verfahren zur Auffindung der Lösung bereitgestellt werden.

2.1 Grundlagen und Definitionen

In diesem Abschnitt werden das Standardproblem der Optimierung vorgestellt sowie grundlegende Sätze und Definitionen eingeführt. Wir betrachten folgende

Standardform:

Gegeben: $m+1$ reellwertige Funktionen $F, g_i : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ ($i = 1, \dots, m$)

Gesucht: ein Punkt $x = (x_1, \dots, x_n)^T \in \mathbb{R}^n$, welcher die m Nebenbedingungen und die n Vorzeichenbedingungen

$$\begin{aligned} g_i(x) &\leq 0 & (i = 1, \dots, m) \\ x_i &\geq 0 & (i = 1, \dots, n) \end{aligned} \quad (2.1)$$

erfüllt und unter allen diese Ungleichungen genügenden Punkten

$$F(x) = \text{Min!} \quad (2.2)$$

bestimmt.

Definition 2.1.1:

Nebenbedingungen und Vorzeichenbedingungen werden im folgenden unter dem Begriff **Restriktionen** zusammengefasst. $F(x)$ nennen wir **Zielfunktion** oder auch **Kostenfunktion**. Einen Punkt, der den Restriktionen (2.1) genügt, heißt **zulässiger Punkt** und die Menge M aller zulässigen Punkte **zulässiger Bereich**. Ein Punkt $\tilde{x}^* \in M$ mit $F(x^*) \leq F(x)$ für alle $x \in M$ wird **optimal** oder **Minimallösung** genannt.

Ist eine der Funktionen F oder g_i nichtlinear, so spricht man von einem **nichtlinearen Optimierungsproblem**.

Variationen der Standardform sind aufgrund folgender Umformulierungen möglich:

$$1. \quad g_i(x) \leq 0 \quad \Leftrightarrow \quad -g_i(x) \geq 0$$

$$2. \quad g_i(x) = 0 \quad \Leftrightarrow \quad \begin{cases} g_i(x) \geq 0 \\ g_i(x) \leq 0 \end{cases}$$

3. Fehlt für die i -te Komponente von $x = (x_1, \dots, x_n)$ die Vorzeichenbedingung, so führe neue Variablen y_1, y_2 ein und ersetze x_i durch $y_1 - y_2$ mit $y_1 \geq 0$ und $y_2 \geq 0$.

$$4. \quad \max_{x \in M} F(x) = - \min_{x \in M} (-F(x))$$

Wie wir später sehen werden, spielen in der städtischen Kanalnetzsteuerung lediglich lineare Restriktionen eine Rolle. Das oben formulierte Standardproblem können wir jetzt durch Einführung von Matrizen und Vektoren abgekürzt schreiben:

$$\begin{aligned} F(x) &\rightarrow \text{Min} \\ Ax &\leq b \\ x &\geq 0 \end{aligned} \quad (2.3)$$

Dabei seien eine beliebige Matrix $A \in \mathbb{R}^{m \times n}$, ein Vektor $b \in \mathbb{R}^m, b \geq 0$ und eine reellwertige Funktion $F : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ gegeben.

Definition 2.1.2:

x^1, \dots, x^n seien Vektoren des \mathbb{R}^n und $\alpha_1, \dots, \alpha_n$ reelle Zahlen. $x = \sum_{i=1}^n \alpha_i x^i$ heißt dann **konvexe Linearkombination** oder **Konvexkombination** von x^1, \dots, x^n , wenn $\alpha_i \geq 0$ ($i = 1, \dots, n$) und $\sum_{i=1}^n \alpha_i = 1$ gilt. Wenn sogar alle $\alpha_i > 0$ sind, wird x **echte Konvexkombination** genannt.

Definition 2.1.3:

Eine Menge $K \subseteq \mathbb{R}^n$ heißt **konvex**, wenn mit je 2 Punkten $x^1, x^2 \in K$ auch jede Konvexkombination - also jeder Punkt der Verbindungsstrecke - von x^1 und x^2 zu K gehört.

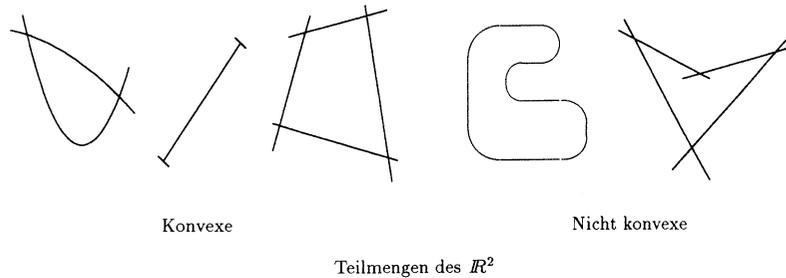


Abb. 2.1: Beispiele konvexer und nicht konvexer Mengen

Der Bereich $M = \{x \in \mathbb{R}^n | Ax \leq b, x \geq 0\}$ ist Durchschnitt einer linearen Mannigfaltigkeit von abgeschlossenen Halbräumen und somit selbst abgeschlossen. Er bildet eine konvexe Menge und wird, sofern er beschränkt und nichtleer ist, auch konvexes Polyeder genannt.

Existenz:

Zur Lösbarkeit des Optimierungsproblems (2.3) sind folgende Fälle zu unterscheiden:

1. Für $M = \emptyset$ existiert keine Lösung.
2. $M \neq \emptyset$; $\mu := \inf_{x \in M} F(x)$ ist endlich und wird in mindestens einem Punkt $x^* \in M$ angenommen. Dann ist $\mu = F(x^*) = \min_{x \in M} F(x)$ und x^* optimal.
3. $M \neq \emptyset$ und μ ist endlich, wird allerdings in keinem Punkt aus M angenommen. Dann besitzt das Problem keine Lösung.
4. $M \neq \emptyset$ und $\mu = -\infty$. Auch in diesem Fall existiert keine Lösung, da die Zielfunktion F auf M nach unten nicht beschränkt ist.

Die Randpunkte des zulässigen Bereiches $M \subseteq \mathbb{R}^n$, d.h. die Punkte, die sich nicht als echte Konvexkombination von zwei anderen Punkten aus M darstellen lassen, werden **Ecken** genannt. Anschaulich sind diese die Schnittpunkte von n paarweise verschiedenen Hyperebenen, die jeweils eine der Ungleichungen sogar in Gleichungsform erfüllen. Überführt man das Ungleichungssystem $Ax \leq b$ durch Einführung eines sogenannten Schlupfvariablenvektors $y \in \mathbb{R}^m$ in ein Gleichungssystem $Ax + y = \tilde{A}\tilde{x} = b, \tilde{x} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{n+m}$, so haben n Komponenten der Ecke den Wert 0 (Nichtbasisvariable) und m Komponenten einen Wert ≥ 0 (Basisvariable). Eine Ecke ist z.B. $\tilde{x}^0 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$.

Jeder Ecke kann nun ein System von m zu den Basisvariablen gehörenden Spaltenvektoren von \tilde{A} zugeordnet werden, das linear unabhängig ist und Basis genannt wird. Da es jedoch höchstens $\binom{n+m}{n}$ Systeme von m linear unabhängigen Spaltenvektoren der Matrix \tilde{A} gibt, kann M höchstens $\binom{n+m}{n}$ Ecken besitzen. Sind weniger als m Komponenten > 0 , so liegt eine entartete Ecke vor und man spricht von Degeneration.

Nähere Erläuterungen findet man z.B. in [16] Kap.1§1 oder [1] Kap.1§1 und §2.

2.2 Verfahren der konvexen Optimierung

Häufig können *globale* Minimalpunkte einer gegebenen Zielfunktion F über einem zulässigen Bereich M nur dann gefunden werden, wenn F und M geeignete Eigenschaften besitzen. Schwierigkeiten bei der Suche nach dem globalen Minimum von F über M sowie einer zugehörigen Minimalstelle wird durch das mögliche Auftreten lokaler Minima verursacht. In diesem Abschnitt werden Verfahren zur Lösung solcher Optimierungsprobleme vorgestellt, bei denen nicht nur die gegebenen Restriktionen und damit der zulässige Bereich konvex sind, sondern auch eine konvexe Zielfunktion vorliegt. Es gilt die folgende

Definition 2.2.1:

Sei K eine konvexe Teilmenge von \mathbb{R} . Eine auf K definierte, reellwertige Funktion F heißt **konvex**, wenn für je 2 Punkte x^1 und $x^2 \in K$ gilt:

$$F(\lambda x^1 + (1 - \lambda)x^2) \leq \lambda F(x^1) + (1 - \lambda)F(x^2) \quad 0 < \lambda < 1, \lambda \in \mathbb{R}.$$

Wird in dieser Ungleichung das Zeichen \leq durch \geq ersetzt, so liegt eine **konkave** Funktion vor.

Gilt in der Ungleichung statt \leq (\geq) das Zeichen $<$ ($>$), so wird F **streng konvex** (**konkav**) über K genannt.

Eine Funktion F ist also konvex, wenn die Verbindungsstrecke zweier Punkte ihres Graphen oberhalb des Graphen von F verläuft. Wenn F sogar differenzierbar ist, so liegen sämtliche Tangentialhyperebenen T stets unterhalb des Graphen von F .

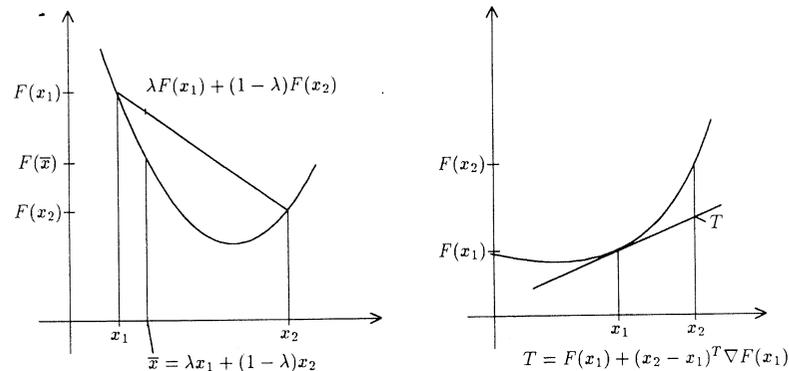


Abb. 2.2: Eigenschaften konvexer Funktionen über $K = \mathbb{R}$

Die zugehörige lineare Approximation unterschätzt also F , denn:

Satz 2.2.2:

Sei F stetig differenzierbar. F ist genau dann konvex über einer konvexen Menge $K \subset \mathbb{R}^n$, wenn für alle $x^1, x^2 \in K$ gilt:

$$F(x^2) \geq F(x^1) + (x^2 - x^1)^T \text{grad}F(x^1)$$

mit $\text{grad}F(x) = (\frac{\partial F}{\partial x_1}(x), \dots, \frac{\partial F}{\partial x_n}(x))^T$ für alle $x \in K$.

Desweiteren gilt ([7] Kap.2.1):

Satz 2.2.3:

Sei $F \in C^2$. F ist genau dann konvex, wenn die Hesse-Matrix $\nabla^2 F(x)$ für alle $x \in \mathbb{R}^n$ positiv semidefinit, d.h. $d^T \nabla^2 F(x) d \geq 0$ für alle $d \in \mathbb{R}^n$, ist.

Eine grundlegende Rolle bei der Minimumsuche¹ spielt die Tatsache, daß

- die Menge aller globalen Minima einer konvexen Funktion F über einer konvexen Menge M konvex ist,
- jedes lokale Minimum von F über M stets auch globales Minimum ist.

Da jede lineare Funktion sowohl konvex als auch konkav ist, soll nun die Standardlösungsmethode der linearen Optimierung kurz vorgestellt werden.

2.2.1 Simplexverfahren

Das Simplexverfahren von Danzig basiert auf dem wichtigen Satz der linearen Optimierungstheorie, daß das Minimum einer linearen Funktion über einem konvexen Polyeder M in mindestens einer Ecke von M angenommen wird. Die Ecken eines konvexen Polyeders sind dadurch charakterisiert, daß in ihnen mindestens n Ungleichungen in Gleichungsform erfüllt sind (siehe Abschnitt 2.1). Jeder Ecke sei nun eine Basislösung, eine Einteilung in Basis- und Nichtbasisvariable, zugeordnet. De-generation werde ausgeschlossen. Ein Simplex-Schritt entspricht dem Übergang von einer Ecke zu einer benachbarten des zulässigen Bereiches. Dabei ändern sich die zugehörigen Basislösungen in jeweils einer Variablen. Es handelt sich um einen sogenannten Variablenaustausch, bei dem es eine in die Basis eintretende und eine aus der Basis austretende Variable gibt.

Das Simplexverfahren liefert die Regeln für diesen Variablenaustausch, so daß sich der Wert der linearen Zielfunktion von Ecke zu Ecke verkleinert. Desweiteren gibt es ein Kriterium an, nach welchem zu erkennen ist, wann das Optimum erreicht ist. Aufgrund der endlichen Anzahl der Ecken führt das Verfahren nach endlich vielen Schritten zu einer optimalen Ecke.

¹Man beachte, daß $F(x)$ genau dann konkav ist, wenn $-F(x)$ konvex ist, und sich damit $F(x) \rightarrow \text{Max.}$ auf $-F(x) \rightarrow \text{Min.}$ zurückführen läßt.

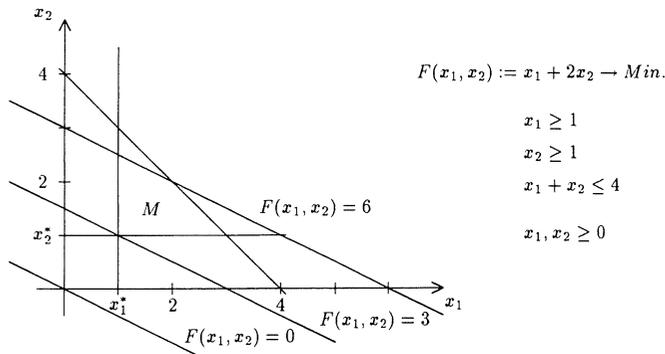


Abb. 2.3: Geometrische Darstellung zum Simplexverfahren in der Ebene

Da es oftmals nicht möglich ist, eine zulässige Anfangsecke sofort anzugeben, soll nun ein Verfahren zur Konstruktion einer solchen angegeben werden. Sei das Gleichungssystem $Ax = b, x \geq 0$ mit $\text{Rang } A = m$ gegeben. Dieses System wird durch Einführung eines Schlupfvariablenvektors $z \in \mathbb{R}^m$ zu dem Gleichungssystem $Ax + z = b$ erweitert. Löse jetzt mit der Simplexmethode das Hilfsproblem

$$\sum_{i=1}^m z_i \rightarrow \text{Min.}, \quad Ax + z = b, \quad x \geq 0, z \geq 0 \quad (2.4)$$

mit der Anfangsecke $z^0 = b, x^0 = 0$.

Da die Hilfszielfunktion nach unten durch 0 beschränkt ist, existiert eine optimale Lösung x^*, z^* . Wenn $z^* = 0$ ist, stellt x^* eine zulässige Anfangsecke dar. Ist dagegen bei der Lösung von (2.4) nicht $z^* = 0$, so besaß das Ausgangsproblem keine zulässigen Punkte. In der Literatur ist diese Methode unter dem Namen M-Methode oder Zweiphasenmethode bekannt.

Ein weiteres Problem des Simplexverfahrens besteht im Fall entarteter Ecken, die auch mit dem Begriff degenerierte Ecken bezeichnet werden. Eine solche Ecke ist dadurch gekennzeichnet, daß mehr als n der gegebenen Nebenbedingungen in Gleichungsform erfüllt sind. Das wiederum bedeutet, daß die Ecke mehrere Basislösungen besitzt. Beim Simplex-Schritt kann dann zwar ein Variablen-, nicht aber ein Ecken-austausch stattfinden. Liegt ein solcher Fall vor, wird eine kleine Änderung an den rechten Seiten der Nebenbedingungen vorgenommen, so daß keine entarteten Ecken mehr auftreten. (siehe [12] Kap.1.)

Eine umfassendere mathematische und algorithmische Beschreibung, Modifikationen und Sonderformen liefert folgende Literatur: [1] Kap.I und [16] Kap.1 .

2.2.2 Schnittebenenverfahren

Schnittebenenverfahren basieren auf einer Folge von linearen Optimierungsaufgaben, welche eine Folge von unzulässigen Punkten in Richtung abnehmender Zielfunktionswerte konstruiert. Sie gehen von folgender Problemstellung aus: Gesucht ist $x \in \mathbb{R}^n$ mit

$$\begin{aligned} F(x) &= c^T x \rightarrow \text{Min.} \\ g_i(x) &\leq 0 \quad (i = 1, \dots, m). \end{aligned} \quad (2.5)$$

Die Vorzeichenbeschränkung $x \geq 0$ sollen hier unter den Nebenbedingungen mitaufgenommen werden. Die Linearität der Zielfunktion F bedeutet keine Einschränkung der Allgemeinheit: Bei konvexem, nichtlinearem $\tilde{F}(x)$ wird $\tilde{F}(x) - x_{n+1} \leq 0$ zu den m Nebenbedingungen hinzugefügt und im \mathbb{R}^{n+1} unter diesen $m+1$ Bedingungen die Zielfunktion $x_{n+1} = \text{Min.}$ betrachtet. Ist $x^* \in \mathbb{R}^n$ optimale Lösung des ursprünglichen Problems, so ist $\begin{pmatrix} x^* \\ x_{n+1}^* \end{pmatrix}$ mit $x_{n+1}^* = \tilde{F}(x^*)$ optimale Lösung des neuen Problems und umgekehrt.

Für das hier vorgestellte **Schnittebenenverfahren von Kelley** sind zwei Voraussetzungen wesentlich:

- (a) Der zulässige Bereich $M = \{x \in \mathbb{R}^n | g_i \leq 0 (i = 1, \dots, m)\}$ sei in einem konvexen Polyeder P_0 der Form $P_0 = \{x \in \mathbb{R}^n | Ax \leq b, A \in \mathbb{R}^{q \times n}, b \in \mathbb{R}^q (q > n)\}$ enthalten, also insbesondere beschränkt.
- (b) Auf P_0 seien die Funktionen g_i konvex, differenzierbar, und ihre partiellen Ableitungen beschränkt:

$$|\text{grad } g_i(x)| \leq K \quad (x \in P_0, i = 1, \dots, m)$$

Man benutze nun folgende Rekursionsvorschrift für $k = 0, 1, 2, \dots$:

1. x^k sie die Minimallösung der linearen Optimierungsaufgabe

$$F(x) = c^T x \rightarrow \text{Min.}, \quad x \in P_k. \quad (2.6)$$

2. Falls $x \in M$, dann ist x^k optimale Lösung von (2.5); und das Verfahren wird abgebrochen.

3. Falls $x \notin M$, wird ein Index $j \in \{1, \dots, n\}$ ermittelt mit

$$g_j(x^k) = \max_{i=1, \dots, m} \{g_i(x^k) | g_i(x^k) > 0\} \quad (2.7)$$

und der nächste Polyeder folgendermaßen bestimmt:

$$P_{k+1} = P_k \cap \{x \in \mathbb{R}^n | g_j(x^k) + (x - x^k)^T \text{grad } g_j(x^k) \leq 0\}. \quad (2.8)$$

Aus der Vorschrift (2.8) geht hervor, daß P_{k+1} aus P_k entsteht, indem durch eine Hyperebene ein Teil von P_k weggeschnitten wird. Wenn man im \mathbb{R}^{n+1} an die Fläche $z = g_j(x)$ die Tangentialhyperebene im Punkte $(\begin{smallmatrix} x^k \\ g_j(x^k) \end{smallmatrix})$ legt, welche aufgrund der Konvexität von g_j nicht oberhalb dieser Fläche liegt, und deren Durchschnitt mit der Hyperebene $z = 0$ bildet, so erhält man diese Hyperebene.

Da der Punkt x^k die Ungleichung in (2.8) nicht erfüllt, gilt $x^k \notin P_{k+1}$ und somit $P_{k+1} \subset P_k$ (d.h. P_{k+1} ist echte Teilmenge von P_k). Weiterhin erkennt man, daß P_{k+1} beschränkt ist, da $P_k \subseteq P_0$ und P_0 beschränkt. Aus der Konvexität von g_j folgt für alle x, x^k :

$$g_j(x) \geq g_j(x^k) + (x - x^k)^T \text{grad } g_j(x^k) =: h_{k+1}(x). \quad (2.9)$$

Für zulässige Punkte $x \in M$ gilt $g_j(x) \leq 0$, also erst recht

$$g_j(x^k) + (x - x^k)^T \text{grad } g_j(x^k) \leq 0 \text{ und somit für alle } k = 0, 1, 2, \dots: M \subseteq P_k.$$

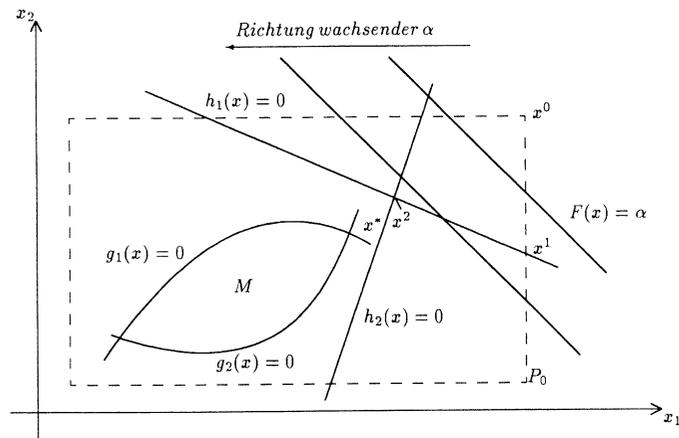


Abb. 2.4: Geometrische Darstellung zum Schnittebenenverfahren

Zur Lösbarkeit des Verfahrens lassen sich drei Fälle unterscheiden:

1. Ein P_k ist leer. Mit $M \subseteq P_k$ muß der zulässige Bereich M ebenfalls leer sein. Das gestellte Problem (2.5) besitzt keine Lösung.
2. Ein x^k liegt in M . Wegen $M \subseteq P_k$ und $F(x^k) = \text{Min}\{F(x)|x \in P_k\}$ nach Optimierungsaufgabe (2.6) ist x^k dann auch Minimallösung von F über M .

3. Man erhält eine unendliche Folge von Punkten x^k und eine zugehörige Folge von konvexen Polyedern $P_0 \supset P_1 \supset P_2 \dots$. Da alle Punkte x^k in P_0 liegen und P_0 kompakt ist, existiert eine konvergente Teilfolge (x^i) , deren Limes \bar{x} sei. Dieser Häufungspunkt liegt im Durchschnitt P aller abgeschlossenen Mengen P_i . Die Menge P ist abgeschlossen und es gilt

Satz 2.2.4:

$$\bar{x} = \lim_{i \rightarrow \infty} x^i \text{ ist Minimallösung von Aufgabe (2.5).}$$

Beweis:

Zu zeigen: $\bar{x} \in M$.

Annahme: $\bar{x} \notin M$.

So gibt es ein μ mit

$$\mu := \max_{i=1, \dots, m} g_i(\bar{x}) > 0$$

und nach (2.7) einen Index ν mit $g_\nu(\bar{x}) = \mu$.

Wegen der Stetigkeit von $g_\nu(x)$ gibt es einen Punkt x^i aus der Teilfolge mit

$$|x^i - \bar{x}| < \frac{\mu}{2K} \quad \text{und} \quad g_\nu(x^i) > \frac{\mu}{2}.$$

(K war nach Voraussetzung (b) die Schranke für die partiellen Ableitungen der g_i .) Ist nun j der nach (2.7) zu x^i im i -ten Schritt der Rekursion bestimmte Index, so gilt auch $g_j(x^i) > \frac{\mu}{2}$ und daher:

$$g_j(x^i) + (\bar{x} - x^i)^T \text{grad } g_j(x^i) > \frac{\mu}{2} - \frac{\mu}{2K} K = 0.$$

Also liegt \bar{x} nicht in P_{i+1} , im Widerspruch zu $\bar{x} \in P$. Folglich ist $\bar{x} \in M$ bewiesen. \bar{x} ist optimale Lösung von Aufgabe (2.5), da die Zielfunktion ihr Minimum bezüglich P in \bar{x} annimmt und $M \subseteq P$ gilt. □

Nach diesen Überlegungen ist jeder Häufungspunkt der Folge von Punkten x^k Minimallösung von (2.5). Bei einem vorzeitigen Abbrechen des Verfahrens erhält man jedoch nur unzulässige Näherungen für eine optimale Lösung. Ein weiterer Nachteil besteht im ständigen Anwachsen der Anzahl der Restriktionen bei jedem Schritt des Verfahrens².

²Dieser kann durch den Übergang zur dualen linearen Optimierungsaufgabe vermieden werden, da sich hier die Anzahl der Nebenbedingungen nicht mit jedem Rekursionsschritt erhöht (vgl.[16], Kap.1)

Auch eine Verwendung in der Kanalnetzsteuerung ist nicht zu empfehlen, da der Optimalwert der Zielfunktion meist wesentlich besser angenähert wird als der Optimalpunkt und da für konvexe Optimierungsprobleme mit linearen Restriktionen andere Verfahren bei weitem günstiger sind.

Besonders aufgrund der langsamen Konvergenz wurden verschiedene Modifikationen zur Verbesserung u.a. von Kleibohm und Veinott sowie von Zoutendijk entwickelt (siehe [10], Kap.III). Der Unterschied zum Schnittebenenverfahren von Kelley liegt in einer effektiveren Bestimmung der Schritte, wobei allerdings der Rechenaufwand pro Schritt grösser wird.

2.2.3 Methoden zulässiger Richtungen

In diesem Abschnitt sollen Methoden zulässiger Richtungen vorgestellt werden. Ausgehend von einem zulässigen Punkt x^0 wird iterativ eine Folge (x^k) aus dem zulässigen Bereich erzeugt. Der Übergang von einem Iterationspunkt x^k zum nächsten geschieht dadurch, daß eine zulässige Abstiegsrichtung s^k und eine geeignete nicht aus dem zulässigen Bereich führende Schrittweite λ^k ermittelt wird mit:

$$F(x^k) > F(x^k + \lambda^k s^k) = F(x^{k+1})$$

Die einzelnen Verfahren unterscheiden sich lediglich in den Vorschriften zur Bestimmung der zulässigen Abstiegsrichtung und der Schrittweite.

Betrachte folgende Problemstellung mit linearen Restriktionen:

$$\begin{aligned} F(x) &\rightarrow \text{Min.} \\ a^{iT}x &\leq b_i \quad (i = 1, \dots, m), \end{aligned} \quad (2.10)$$

wobei $a^i \in \mathbb{R}^n$, $b_i \in \mathbb{R}$ ($i = 1, \dots, m$) und die Zielfunktion $F: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ konvex und stetig differenzierbar sei. Sei M wieder der durch die linearen Restriktionen gegebene nichtleere, zulässige Bereich. Eine zulässige Lösung x_0 sei bereits bekannt oder man kann mit der Simplexmethode eine zulässige Ausgangsecke als Ausgangspunkt bestimmen.

Der Übergang von einer Näherung $x^k \in M$ zu einer Näherung $x^{k+1} \in M$ für eine optimale Lösung von (2.10) soll nun erläutert werden. Ein Vektor $s^k \in \mathbb{R}^n$ heißt **zulässige** Richtung im Punkt x^k , falls eine reelle Zahl $\bar{\lambda} > 0$ existiert, so daß $x^k + \lambda s^k$ für alle $0 < \lambda < \bar{\lambda}$ zulässig ist. Sei $A(x^k) \subseteq \{1, \dots, m\}$ die Indexmenge der in x^k aktiven Restriktionen, d.h. der Nebenbedingungen, für welche $a^{iT}x^k = b$ gilt. Soll nun s^k eine zulässige Richtung in x^k sein, so muß mit einem positiven λ die Ungleichung $a^{iT}(x^k + \lambda s^k) \leq b$ für alle i gelten, also insbesondere $a^{iT}s^k \leq 0$ für die in x^k aktiven Restriktionen. Anschaulich bedeutet dies, daß der Vektor s^k mit den von

M aus gesehen nach außen gerichteten Normalenvektoren a^i ($i \in A(x^k)$) der Hyperebenen $a^{iT}x^k = b$ jeweils einen stumpfen, mindestens einen rechten Winkel bildet. Für die in x^k aktiven Restriktionen muß man bei der entsprechenden Restriktion für die Richtung s^k ebenfalls das Gleichheitszeichen zu setzen, also $a^{iT}s^k = 0$.

Weiterhin wird bei diesen Methoden die Tatsache ausgenutzt, daß der Gradientenvektor $g(x^k) := g^k := \text{grad}F(x^k)$ für x^k in die Richtung des stärksten Anstieges der Zielfunktion zeigt. Deshalb soll unter den zulässigen Richtungen ein solches s^k gewählt werden, das einen möglichst spitzen Winkel mit g^k bildet, d.h. es muß $g^{kT}s^k \leq 0$ gelten. Ein solches s^k bezeichnen wir als **brauchbar**. Existiert in x^k keine gleichzeitig brauchbare und zulässige Richtung, also keine zulässige Abstiegsrichtung, so ist x^k Minimalpunkt.

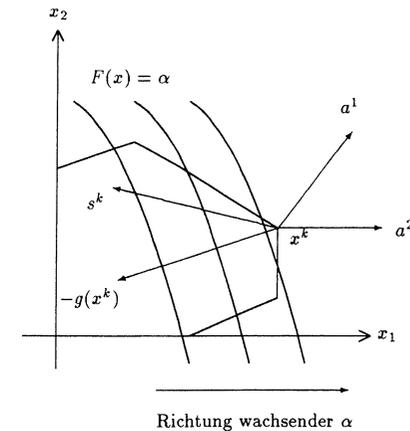


Abb. 2.5: Geometrische Darstellung zum Gradientenverfahren

Die verschiedenen Verfahren unterscheiden sich nun darin, unter den zulässigen Richtungen eine möglichst günstige Abstiegsrichtung zu bestimmen.

Beim **Gradientenverfahren von Zoutendijk** wird eine lokal optimale Richtung s^k im Punkt x^k als Lösung des Optimierungsproblems

$$\begin{aligned} g^{kT}s &\rightarrow \text{Min.} \\ a^{iT}s &\leq 0 \quad (i \in A(x^k)) \\ \|s\| &\leq 1 \end{aligned} \quad (2.11)$$

bestimmt. Die Normierungsbedingung ist notwendig, um die Länge der Richtung zu beschränken, da sonst mit s auch αs für alle $\alpha > 0$ das Problem (2.11) erfüllen würde und somit $g^{kT}s$ beliebig klein gemacht werden könnte. Zoutendijk schlägt daher folgende Normierungsbedingungen vor ($s = (s_1, \dots, s_n), g^k = (g_1^k, \dots, g_n^k)$):

$$\begin{aligned} N1: & s^T s \leq 1 \\ N2: & -1 \leq s_i \leq 1 \quad (i = 1, \dots, n) \\ N3: & s_i \leq 1 \quad \text{für } g_i^k > 0 \\ & s_i \geq -1 \quad \text{für } g_i^k < 0 \\ N4: & g^{kT}s \leq 1 \\ N5: & a^{iT}(x^k + s) \leq b_i \quad (i = 1, \dots, m) \end{aligned}$$

Die Bestimmung von s^k führt mit der euklidische Norm $N1$ auf ein nichtlineares Optimierungsproblem, während sie mit der Tschebyscheff-Norm $N2$ oder den Bedingungen $N3$ bis $N5$ auf ein lineares Programm hinausläuft. Im Vergleich mit $N2, N3$ und $N4$ werden mit Normierungsvorschrift $N1$ jedoch weniger Iterationsschritte zur Ermittlung der Minimallösung von (2.10) benötigt, da der Winkel zwischen s^k und dem Gradienten g^k hier möglichst spitz ist. Der Rechenaufwand pro Iterationsschritt ist im allgemeinen aber grösser. Im Durchschnitt werden in der Reihenfolge $N2 - N3 - N4$ mehr Schritte, allerdings weniger Berechnungen pro Schritt erwartet.

Die Normierungsvorschrift $N5$ führt auf ein größeres Optimierungsproblem, obwohl die Nebenbedingungen aus den aktiven Restriktionen bereits in der Bedingung $N5$ enthalten sind. Dieses Optimierungsproblem ist mit einer Linearisierung der Zielfunktion zur Bestimmung einer zulässigen Abstiegsrichtung in einem Punkt x^k unter Berücksichtigung aller Nebenbedingungen gleichzusetzen. Mit linearer Approximation der Zielfunktion erhält man die Aufgabe

$$\begin{aligned} (F(x^k) + (\text{grad}F(x^k))^T (y - x^k)) &\rightarrow \text{Min.} \\ a^{iT}y &\leq b_i \quad (i = (1, \dots, m)) \end{aligned}$$

die mit $g^k = \text{grad}F(x^k)$ äquivalent ist zu

$$\begin{aligned} g^k y &\rightarrow \text{Min.} \\ a^{iT}y &\leq b_i \quad (i = (1, \dots, m)) \end{aligned}$$

Die Konstante $F(x^k) - (\text{grad}F(x^k))^T x^k$ kann weggelassen werden, da sich dadurch nur der Minimalwert, nicht aber die Minimallösung y^* ändert. Existiert eine Lösung y^* , so ist $s^k = y^* - x^k$ wegen der Konvexität von M zulässige Richtung. Für den Fall $g^k y^* < g^k x^k$ ist $s^k (\neq 0)$ Abstiegsrichtung, während mit $g^k y^* = g^k x^k$ der Punkt x^k Minimallösung von (2.10) ist.

Zur Bestimmung einer zulässigen Richtung soll nun noch das **Gradientenverfahren von Rosen** kurz skizziert werden. Ist in x^k der negative Gradient als Richtung nicht zulässig, so wird als Abstiegsrichtung s^k die Projektion von $-g^k$ auf den Rand des zulässigen Bereichs gewählt. Ist diese Projektion jedoch gleich dem Nullvektor (z.B. wenn x^k Ecke ist), dann ist x^k entweder Optimalpunkt, oder es gibt keinen Vektor, der in allen durch x^k gehenden Randhyperebenen liegt. Man muß nun eine geeignete Hyperebene weglassen und $-g^k$ auf den Durchschnitt der verbleibenden Hyperebenen projizieren. Nach Bestimmung einer optimalen Schrittweite λ^k erhält man die neue Näherung durch $x^{k+1} = x^k + \lambda^k s^k$. Bei konvexer Zielfunktion F und beschränktem zulässigen Bereich konvergiert jede so konstruierte, nicht notwendig endliche Folge gegen eine optimale Lösung x^* . Liegt eine nicht konvexe Zielfunktion vor, so ist Konvergenz wie auch bei der Methode von Zoutendijk nur gegen eine relative Minimalstelle, einen Sattelpunkt o.ä. möglich. Zwar ist bei diesem Verfahren der Rechenaufwand pro Iterationsschritt geringer, dafür aber konvergiert das Verfahren langsamer als die oben vorgestellten Methoden. Eine ausführlichere Darstellung liefert [7] Kap.3.3 und [11] Kap.11.

Hat man einmal eine zulässige Abstiegsrichtung s^k bestimmt, erfolgt die Berechnung der optimalen Schrittlänge λ^k bei allen Methoden wiederum gleich durch Lösen der **eindimensionalen** Minimierungsaufgabe:

$$F(x^k + \lambda^k s^k) = \text{Min} \{F(x^k + \lambda s^k) \mid \lambda \geq 0, x^k + \lambda s^k \in M\}. \quad (2.12)$$

Um dieses Problem zu lösen, wird zuerst die maximalen Schrittweite $\bar{\lambda} = \max\{\lambda \mid x^k + \lambda s^k \in M\}$ ermittelt. Im Fall linearer Restriktionen muß also gelten:

$$\lambda a^{iT} s^k \leq b_i - a^{iT} x^k, \quad (i = 1, \dots, m)$$

Da diese Ungleichung für alle in x^k aktiven Restriktionen bereits erfüllt ist (siehe (2.11)), erhält man die maximale Schrittweite aus

$$\bar{\lambda} := \min \left\{ \frac{b_i - a^{iT} x^k}{a^{iT} s^k} \mid a^{iT} s^k > 0 \right\}.$$

Treten keine in x^k inaktiven Restriktionen auf, so ist $\bar{\lambda} = \infty$ und damit M nicht beschränkt. Ist nun (2.12) nicht lösbar, dann besitzt auch das Problem (2.10) keine Lösung. Es sei noch bemerkt, daß für das Gradientenverfahren von Zoutendijk mit Normierungsbedingung $N5$ die maximale Schrittweite stets den Wert 1 hat, da y^* als Lösung der linearen Optimierungsaufgabe eine Ecke des zulässigen Bereichs M ist und daher die Vektoraddition von s^k zu x^k zum Rand von M führt.

Zur Bestimmung der optimalen Schrittweite $\lambda^k \in [0, \bar{\lambda}]$ soll das die Konvexität der Zielfunktion auszunutzende **Halbierungsverfahren** vorgestellt werden. Setze $\phi(\lambda) = F(x^k + \lambda s^k)$ als Funktion des Parameters λ . Um das Minimum dieser Funktion über dem Intervall $[0, \bar{\lambda}]$ zu ermitteln, zerlege dieses Ausgangsintervall $[0, \bar{\lambda}]$ in vier gleichlange Teilintervalle und berechne $\phi(\frac{\bar{\lambda}}{4})$ und $\phi(\frac{\bar{\lambda}}{2})$. Gilt $\phi(\frac{\bar{\lambda}}{4}) \leq \phi(\frac{\bar{\lambda}}{2})$, so folgt aufgrund der Konvexität von $\phi: \lambda^k \in [0, \frac{\bar{\lambda}}{2}]$. Andernfalls berechne $\phi(\frac{3\bar{\lambda}}{4})$. Mit $\phi(\frac{\bar{\lambda}}{2}) \leq \phi(\frac{3\bar{\lambda}}{4})$ erhält man $\lambda^k \in [\frac{\bar{\lambda}}{4}, \frac{3\bar{\lambda}}{4}]$ und sonst $\lambda^k \in [\frac{\bar{\lambda}}{2}, \bar{\lambda}]$. Fährt man mit dem ermittelten Intervall fort, so führt eine sukzessiv feinere Unterteilung in Lösungsnahe schließlich auf die Konstruktion einer Folge von λ^k enthaltenden Intervallen. Die Intervalllänge reduziert sich bei jedem Schritt um den Faktor $\frac{1}{2}$, während jeweils nur durchschnittlich 1,5 Funktionswertberechnungen durchzuführen sind. Sei $[a, b]$ das zuletzt untersuchte Intervall mit $d = \frac{b-a}{4}$. Als Abbruchkriterium dient nun eine vorgegebene Fehlerschranke $\epsilon > 0$ für den zur optimalen Schrittweite gehörenden Funktionswert von ϕ , d.h. falls alle drei Differenzen $\phi(a+2d) - \phi(a+d)$, $\phi(a+3d) - \phi(a+2d)$ und $\phi(a+3d) - \phi(a+d)$ betragsmäßig kleiner als ϵ sind, so setze $\lambda^k = a + 2d$. Weitere Verfahren sind unter den Stichworten eindimensionale Minimierung, Line Search oder Strahlminimierung in der Literatur (z.B. [7] Kap.2.9 oder [2] Kap.2.3) zu finden.

Im allgemeinen liefern die Verfahren der zulässigen Gradienten keine optimale Lösung x^* , sondern nur eine unendliche Folge (x^k) von Näherungen, die gegen eine Minimallösung konvergiert, sofern die Folge (x^k) beschränkt bleibt und auch die Funktionswerte $F(x^k)$ nicht unbeschränkt fallen. In der Praxis kann es nun vorkommen, daß ein sogenanntes "Zickzacklaufen" zwischen aktiven Restriktionen nur langsame Konvergenz erzeugt. Durch Modifikationen im Programm zur Bestimmung einer lokal optimalen Richtung kann man zu kleine Schritte zwischen benachbarten Rändern oder eine Rückkehr zu einem gerade verlassenem Rand verhindern. Unter Benutzung einer sogenannten Antizickzackvorkehrung ist nun Konvergenz gegen eine Optimallösung nachweisbar (siehe [20], Part III).

Für nichtlineare Optimierungsprobleme mit linearen Restriktionen hat Ph. Wolfe die **Methode der reduzierten Gradienten** entwickelt, die Ähnlichkeiten mit dem in Kap.2.2.1 vorgestellten Simplexverfahren aufweist. Auch bei diesem Verfahren werden die Variablen wieder in abhängige und unabhängige aufgeteilt, wobei allerdings die Werte der Nichtbasisvariablen nicht notwendig gleich Null sein müssen. Ausgehend von einem zulässigen Punkt wird wieder iterativ eine Punktfolge in Richtung abnehmender Zielfunktionswerte konstruiert. Die Bestimmung eines Punktes dieser Folge erfolgt hier durch Suchen in Richtung des sogenannten negativen reduzierten Gradienten. Verschwindet dabei eine Basisvariable, so wird sie wie früher gegen eine

Nichtbasisvariable ausgetauscht. Gegeben sei das folgende Optimierungsproblem:

$$\begin{aligned} F(x) &\rightarrow \text{Min.}, \\ Ax &= b \\ x &\geq 0 \end{aligned} \quad (2.13)$$

wobei $b \in \mathbb{R}^m, x \in \mathbb{R}^n, A \in \mathbb{R}^{m \times n} (RgA = m < n)$, A nichtdegeneriert und die Zielfunktion $F: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ konvex und stetig differenzierbar sei. Sei M der durch die linearen Restriktionen gegebene nichtleere, zulässige, beschränkte Bereich. Ausgehend von einer zulässigen Ausgangslösung x_0 werde der $(k+1)$ -te Austauschschritt ($k \geq 0$) zur Bestimmung von x^{k+1} geschildert. Sei Ib^k die Basisindexmenge und In^k die Nichtbasisindexmenge bezüglich x^k , so daß die Indizes aller Nullkomponenten von x^k in In^k enthalten sind. Sei $B = (a^i)_{i \in Ib^k}$ eine nichtsinguläre $(m \times m)$ -Teilmatrix von A . Führe nun noch die Matrix N mit $A = (B, N)$ und die Vektoren $x_B^k = (x_i^k)_{i \in Ib^k} \in \mathbb{R}^m$ und $x_N^k = (x_i^k)_{i \in In^k} \in \mathbb{R}^{n-m}$ ein.

Wird die Nebenbedingung $Ax^k = Bx_B^k + Nx_N^k = b$ nach x_B^k aufgelöst, so ergibt sich:

$$x_B^k = -B^{-1}Nx_N^k + B^{-1}b.$$

Mit dieser Gleichung läßt sich die ursprüngliche Zielfunktion F als eine nur von den Nichtbasisvariablen abhängige Funktion F^k darstellen:

$$F^k(x_N^k) = F \left(\begin{array}{c} -B^{-1}Nx_N^k + B^{-1}b \\ x_N^k \end{array} \right).$$

Für den Gradienten dieser Funktion F^k erhält man unter Anwendung der Kettenregel:

$$\frac{\partial F^k}{\partial x_N^k}(x_N^k) = -(B^{-1}N)^T \frac{\partial F}{\partial x_B^k}(x^k) + \frac{\partial F}{\partial x_N^k}(x^k). \quad (2.14)$$

Dies ist der reduzierte Gradient von F an der Stelle x^k bezüglich Ib^k .

Sei M^k der zu F^k gehörende zulässige Bereich der $x_N^k \in \mathbb{R}^{n-m}$. Da sich die Konvexität von F über M auf F^k über M^k übertragen läßt und der Gradient einer Funktion immer in Richtung der stärksten Anstieges zeigt, ist x_N^k genau dann Minimalstelle von F^k auf M^k und somit x^k optimale Lösung von (2.13), wenn für alle $i \in In^k$ gilt:

$$\frac{\partial F^k}{\partial x_i^k}(x_N^k) \begin{cases} \geq 0 & \text{für } x_i^k = 0 \\ = 0 & \text{für } x_i^k > 0 \end{cases} \quad (2.15)$$

Ist dieses Optimalitätskriterium nicht erfüllt, so bestimmt man die nächste Näherung $x^{k+1} = x^k + \lambda^k s^k$, wobei die geometrisch naheliegende Definition von s^k lautet:

$$s_i^k := \begin{cases} 0 & , \text{ falls } x_i^k = 0 \text{ und } \frac{\partial F^k}{\partial x_i^k}(x_N^k) > 0 \\ -\frac{\partial F^k}{\partial x_i^k}(x_N^k) & , \text{ sonst} \end{cases} \quad (i \in In^k)$$

$$s_B^k = -B^{-1}Ns_N^k$$

Aus dieser Definition folgt, daß x^{k+1} immer $Ax = b$ erfüllt, denn

$$\begin{aligned} Ax^{k+1} &= Bx_B^{k+1} + Nx_N^{k+1} \\ &= Bx_B^k + \lambda Bs_B^k + Nx_N^k + \lambda Ns_N^k \\ &= Bx_B^k + Nx_N^k - \lambda Ns_N^k + \lambda Ns_N^k = Ax^k = b. \end{aligned}$$

Um die maximale Schrittweite $\bar{\lambda} = \max\{\lambda | x^k + \lambda s^k \in M\}$ zu bestimmen, muß lediglich noch die Vorzeichenbedingung $x^k + \lambda s^k \geq 0$ betrachtet werden und es ergibt sich:

$$\bar{\lambda} := \min_{i=1, \dots, n} \left\{ -\frac{x_i^k}{s_i^k} \mid s_i^k < 0 \right\}. \quad (2.16)$$

Da für $\phi(\lambda) := F^k(x_N^k + \lambda s_N^k) = F(x^k + \lambda s^k)$ an der Stelle $\lambda = 0$ gilt:

$$\frac{d\phi}{d\lambda}(0) = s_N^{kT} \frac{\partial F^k}{\partial x_N^k} = -(s_N^k)^2 < 0,$$

nehmen die Funktionswerte von ϕ zumindest für kleine λ ab. Es existiert folglich eine optimale Schrittweite $\lambda^k > 0$, welche das Minimum der Funktion ϕ über dem Intervall $[0, \bar{\lambda}]$ festlegt. Da eine konvexe Zielfunktion gegeben war, ist zur Ermittlung der optimalen Schrittweite z.B. das Halbierungsverfahren anwendbar.

In der neuen Näherung $x^{k+1} = x^k + \lambda^k s^k$ für die optimale Lösung von (2.13) wird nun die neue Suchrichtung bestimmt, wobei jedoch zuvor folgende Fälle zu unterscheiden sind:

1. $\lambda^k < \bar{\lambda}$, d.h. keine Basisvariable wird Null. Es findet kein Variablenaustausch statt und mit der gleichen Basis wird in der nächsten Iteration fortgefahren.
2. $\lambda^k = \bar{\lambda}$ und das Minimum von (2.16) wird für einen Index der Nichtbasisindexmenge In^k angenommen. Auch in diesem Fall wird mit der alten Basis im nächsten Schritt weitergerechnet.
3. $\lambda^k = \bar{\lambda}$ und das Minimum von (2.16) wird von einem Index μ der Basisindexmenge erfüllt, d.h. $x_\mu^{k+1} = x_\mu^k + \lambda^k s_\mu^k = 0$ und x_μ^{k+1} sollte ausgetauscht werden. Da für die Basisvariablen $x_B^k = -B^{-1}Nx_N^k + B^{-1}b$ gilt und $B^{-1}b$ aufgrund der Voraussetzung der Nichtdegeneration komponentenweise von Null verschieden ist, muß es eine Nichtbasisvariable x_ν^{k+1} mit $x_\nu^{k+1} a_{\mu\nu} \neq 0$ geben. Diese wird mittels

$$x_\nu^{k+1} |a_{\mu\nu}| = \max_{i \in In^k} \{x_i^{k+1} |a_{\mu i}|\},$$

bestimmt, so daß durch den Variablenaustausch von x_μ^{k+1} gegen x_ν^{k+1} eine neue Zerlegung der Komponenten von x^{k+1} gewählt wird.

Um $B^{-1}N$ und $B^{-1}b$ neu zu berechnen, werden mit dem Pivotelement $a_{\mu\nu}$ die Transformationsformeln des **Gauss-Jordan-Verfahrens** zur Lösung linearer Gleichungssysteme angewendet:

$$\begin{aligned} a_{\mu\nu} &= \frac{1}{a_{\mu\nu}} \\ a_{i\nu} &= -a_{i\nu} a_{\mu\nu} & (i = 1, \dots, m; i \neq \mu) \\ a_{\mu j} &= a_{\mu j} a_{\mu\nu} & (j = 1, \dots, n; j \neq \nu) \\ a_{ij} &= a_{ij} - a_{i\nu} a_{\mu j} & (i = 1, \dots, m; i \neq \mu) \\ & & (j = 1, \dots, n; j \neq \nu) \end{aligned}$$

Ist für $\lambda^k = \bar{\lambda}$ in x^{k+1} die verschwindende Basisvariable x_μ^{k+1} nicht eindeutig bestimmt, so ist es sinnvoll, zunächst erst eine Basisvariable gegen eine Nichtbasisvariable auszutauschen. Liegt im nächsten Schritt jedoch eine maximale Schrittweite mit dem Wert Null vor, so muß ein weiterer Variablenaustausch durchgeführt werden.

Eine weitere Schwierigkeit dieses Verfahrens besteht im Fall einer entarteten Ecke, d.h. es gibt mindestens ein $\mu \in Ib^k$ mit $x_\mu^k = 0$. Gilt für diesen Index $s_\mu^k < 0$, so würde mit (2.16) die maximale Schrittweite den Wert Null erhalten. Das Verfahren kann dann in der Ecke x^k "hängenbleiben" oder während anderer Verfahrensschritte aufgrund von Rundungsfehlern in der Nähe der entarteten Ecke verbleiben. Um diesen Fall zu verhindern, soll x_μ^k gegen eine Nichtbasisvariable mit positivem Wert ausgetauscht werden. Ist auch dieser Austausch nicht möglich, so wähle x_ν^k ($\nu \in In^k$) mit $a_{\mu\nu} s_\nu^k > 0$ als auszutauschende Nichtbasisvariable, wodurch x_μ^k im folgenden Schritt nicht wieder Basisvariable werden kann.

Für das Verfahren der reduzierten Gradienten ist gegenwärtig jedoch kein vollständiger Konvergenzbeweis bekannt. Auch zeigt sich, daß diese Methode wie auch die Verfahren der zulässigen Gradienten keine optimale Lösung in endlich vielen Schritten, sondern eine unendliche Folge von Näherungen liefert. Daher muß ein Abbruchkriterium vorgegeben werden, welches das Verfahren endlich gestaltet.

Es sei noch erwähnt, daß das Verfahren der reduzierten Gradienten auf den Fall nichtlinearer Restriktionen verallgemeinert werden kann. Da die analog erzeugte Suchrichtung jedoch außerhalb des zulässigen Bereichs weisen kann, wird nach einer Strahlminimierung die neue Näherung durch Projektion auf eine Hyperebene bestimmt.

Zur Anwendung in der Kanalnetzsteuerung wurde das Gradientenverfahren von Zoutendijk mit den Normierungsbedingungen N2 und N5 sowie die Methode der reduzierten Gradienten programmiert. Es hat sich als zweckmäßig erwiesen, das Verfahren mit einer Näherung x^k abzubrechen, für welche mit der Maximumnorm der

relativen Fehler

$$\frac{\max_{1 \leq i \leq n} |x_i^k - x_i^{k-1}|}{\max_{1 \leq i \leq n} |x_i^k|} = \frac{\max_{1 \leq i \leq n} |\lambda_i^k \delta_i^k|}{\max_{1 \leq i \leq n} |x_i^k|} < \epsilon$$

und ϵ eine vorgegebene Fehlerschranke war. In verschiedenen Testläufen hat sich gezeigt, daß die Methode der reduzierten Gradienten in einer Näherungslösung "hängenblieb" oder aber wie das Gradientenverfahren mit Normierungsbedingung N2 lediglich bei "gutem" Startpunkt eine optimale Lösung lieferte. Lag der gegebene Startpunkt St im zulässigen Bereich M , so wurde als Ausgangspunkt $x^0 = St$ gesetzt und das Verfahren gestartet. Lag dieser Startpunkt nicht in M , so wurde ein zulässiger Punkt x_z mit der M-Methode (siehe 2.2.1) ermittelt und für x^0 der Durchstoßpunkt der Strecke $\overline{St x_z}$ mit dem Rand des zulässigen Bereichs gewählt. Mit dem Gradientenverfahren von Zoutendijk und Normierungsbedingung N5 dagegen ließ sich eine in gewisser Weise optimale Lösung für das vorgegebene Optimierungsproblem bestimmen.

2.2.4 Strafkostenverfahren

Als letzte Möglichkeit zur Lösung konvexer Optimierungsprobleme wird in diesem Abschnitt die Methode der Straffunktionen dargestellt. Diese Methode nutzt die Tatsache aus, daß es bei nichtlinearen Optimierungsproblemen allgemein leichter ist, das Minimum einer Zielfunktion ohne Angabe von Nebenbedingungen zu bestimmen. Statt einer gegebenen Aufgabe mit Restriktionen soll daher eine Folge von *freien* Problemen, d.h. Probleme ohne Restriktionen, gelöst werden, wobei deren Zielfunktion jeweils durch Addition von Zusatztermen zur ursprünglichen Zielfunktion festgelegt wird. Da Verfahren zur Lösung der unrestringierter Optimierungsprobleme in starken Maße von der Struktur der Aufgabe abhängen, sei auf [7] Kap.2 verwiesen. Im wesentlichen gibt es zwei Strafkostenverfahren, die unter dem Namen SUMT - *sequential unconstrained minimization techniques* - von Fiacco und McCormick ([4]) behandelt wurden: die Penalty-Methode und die Barriere-Methode.

1. Methode der Penalty-Funktionen

Betrachte die folgende Optimierungsaufgabe der Form:

$$\begin{aligned} F(x) &\rightarrow Min. \\ f_i(x) &\leq 0 \quad (i = 1, \dots, m), \end{aligned} \tag{2.17}$$

wobei die Funktionen $F, f_i : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$, ($i = 1, \dots, m$) stetig seien. Die durch $f_i(x) \leq 0$ bestimmte Teilmenge des \mathbb{R}^n bezeichnet wieder den nichtleeren zulässigen Bereich M .

Sei $P : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ eine stetige Funktion mit der Eigenschaft:

1. $P(x) = 0$ für alle $x \in M$,
2. $P(x) > 0$ für jedes $x \notin M$.

P heißt **äußere Straffunktion (Penalty-Funktion)** bezüglich M . Eine gebräuchliche Straffunktion ist z.B.:

$$P(x) = \sum_{i=1}^m (\max\{0, f_i(x)\})^a, \quad a > 1.$$

Für festes $r > 0$ sei nun das abgeleitete freie Problem gegeben durch:

$$H(x, r) := F(x) + rP(x) \rightarrow Min., \quad x \in \mathbb{R}^n. \tag{2.18}$$

Wähle für das Penalty-Verfahren eine streng monoton wachsende nach oben unbeschränkte Folge positiver reeller Zahlen (r_k) und berechne für jedes k die Minillösung x^k des zu r_k gehörenden Problems (2.18). Man beachte, daß x^k nicht von $x^{k-1}, x^{k-2}, \dots, x^0$ abhängt und somit das Verfahren nicht iterativ ist.

Da durch Addition von $P(x)$ zur Zielfunktion $F(x)$ das "Entferntsein" von M mit einer schrittweise wachsenden Strafe (penalty) belegt wird, nähert man sich mit wachsendem r ausgehend von einem Punkt $x_0 \notin M$ dem zulässigen Bereich von außen.

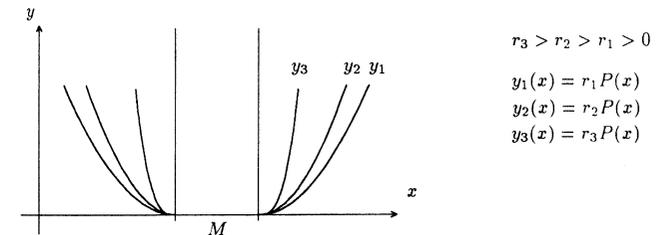


Abb. 2.6: Geometrische Darstellung zur Penalty-Methode

Gilt $x^k \in M$ ($\Leftrightarrow P(x^k) = 0$), so folgt offenbar

$$H(x^k, r_k) = \min_{x \in \mathbb{R}^n} H(x, r_k) = \min_{x \in M} H(x, r_k) = \min_{x \in M} F(x)$$

und x^k ist Minillösung der Ausgangsaufgabe.

Da $r_{k+1} > r_k$ und x^k Minimallösung des k -ten abgeleiteten Problems war, verifiziert man leicht für alle existierenden Punkte x^k für alle $k = 0, 1, 2, \dots$ die folgenden Aussagen (siehe [7] Kap.3.5):

$$\begin{aligned} H(x^k, r_k) &\leq H(x^{k+1}, r_{k+1}), \\ P(x^k) &\geq P(x^{k+1}), \\ F(x^k) &\leq F(x^{k+1}). \end{aligned} \quad (2.19)$$

Die Zielfunktionswerte $H(x^k, r_k)$ nehmen damit in k monoton zu. Ferner sind sie durch $\inf\{F(x) \mid x \in M\}$ nach oben beschränkt, da nach Definition von x^k und $P(x)$ für alle $x \in M$ und alle $k \in \mathbb{N}_0$ gilt:

$$F(x) = F(x) + r_k \cdot 0 \geq F(x^k) + r_k P(x^k) = H(x^k, r_k) \geq F(x^k). \quad (2.20)$$

Unter diesen Voraussetzungen und Überlegungen folgt für das nicht-abbrechende Penalty-Verfahren (d.h. $P(x^k) > 0$) der

Satz 2.2.5:

Für jeden Häufungspunkt x^* der Folge (x^k) gilt:

1. $\lim_{k \rightarrow \infty} F(x^k) = F(x^*)$,
2. x^* ist optimale Lösung von (2.17),
3. $\lim_{k \rightarrow \infty} H(x^k, r_k) = F(x^*)$.

Beweis:

Betrachte eine gegen x^* konvergierende Teilfolge (x^t) von (x^k) . Aufgrund der Stetigkeit von F erhält man $\lim_{t \rightarrow \infty} F(x^t) = F(x^*)$. Da mit (2.19) für alle k die Ungleichung $F(x^k) \leq F(x^*)$ gilt, ist folglich

$$\lim_{k \rightarrow \infty} F(x^k) = F(x^*).$$

Nach (2.19) und (2.20) sind $F(x^k)$ bzw. $H(x^k, r_k)$ monoton steigende, beschränkte Folgen mit Limes a bzw. b . Aus Definition (2.18) folgt damit, daß

$$\lim_{k \rightarrow \infty} r_k P(x^k) = b - a$$

und da (r_k) eine streng monoton wachsende, unbeschränkte Folge $\in \mathbb{R}$ war

$$\lim_{k \rightarrow \infty} P(x^k) = 0.$$

Wegen der Stetigkeit von P ergibt sich für die Teilfolge (x^t)

$$\lim_{t \rightarrow \infty} P(x^t) = P(x^*) = 0.$$

Der Häufungspunkt x^* liegt somit im zulässigen Bereich M .

Ferner folgt aus (2.20):

$$F(x^*) = \lim_{k \rightarrow \infty} F(x^k) \leq \lim_{k \rightarrow \infty} H(x^k, r_k) \leq \min\{F(x) \mid x \in M\} = F(x^*).$$

Das heißt $\lim_{k \rightarrow \infty} H(x^k, r_k) = F(x^*)$

und x^* ist optimale Lösung von F über M . □

Ein Nachteil der Penalty-Methode besteht darin, daß die abgeleiteten Probleme jeweils meist nur unzulässige Näherungen liefern. Durch Multiplikation sehr großer positiver r_k mit kleinen Zahlen $P(x)$ und durch Wahl der Penalty-Funktion³ können numerische Schwierigkeiten bei der Anwendung von Methoden zur unrestringierten Minimierung auftreten, welche die Konvergenz schließlich nachhaltig beeinflussen. In der Praxis wird daher das Verfahren bei hinreichend großem r_k abgebrochen und das Optimum durch Extrapolation der Folge (x^k) oder durch Projektion des letzten unzulässigen Punktes auf den Rand des zulässigen Bereiches M annähernd festgelegt.

2. Methode der Barriere-Funktionen

Betrachte das konvexe Optimierungsproblem der Gestalt (2.17) und bezeichne mit M^0 die nichtleere Menge der inneren Punkte von M . Sei $B: M^0 \rightarrow \mathbb{R}$ eine stetige Funktion mit der Eigenschaft:

1. $B(x) \geq 0$ für alle $x \in M^0$,
2. $B(x) \rightarrow \infty$, falls x sich dem Rand von M nähert.

B heißt **innere Straffunktion (Barriere-Funktion)** bezüglich M . Eine gebräuchliche Straffunktion ist z.B.:

$$B(x) = \sum_{i=1}^m \frac{1}{(-f_i(x))^a}, \quad a > 0.$$

³Penalty-Funktionen besitzen meist nur Ableitungen geringerer Ordnung.

Für festes $r > 0$ sei nun das abgeleitete freie Problem gegeben durch:

$$H(x, r) := F(x) + rB(x) \rightarrow \text{Min.}, \quad x \in M^0. \quad (2.21)$$

Wähle für das Barriere-Verfahren eine streng monoton fallende Folge positiver reeller Zahlen (r_k) , die gegen 0 konvergiert und berechne für jedes k die Minimallösung x^k des zu r_k gehörenden Problems (2.21). Auch dieses Verfahren ist nicht iterativ.

Hier wird durch Addition von $B(x)$ zur Zielfunktion $F(x)$ das "Nahsein" zum Rand von M mit schrittweise abnehmenden Kosten belegt, so daß man mit fallendem r ausgehend von einem Punkt aus M schrittweise mehr des zulässigen Bereichs von innen absucht. Ein Verlassen des dieses Bereiches wird jedoch durch eine sehr hohe Kostenbarriere am Rand verhindert.

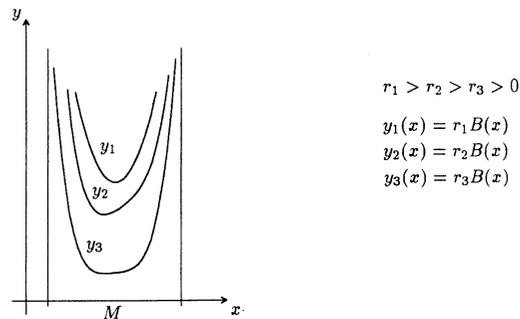


Abb. 2.7: Geometrische Darstellung zur Barriere-Methode

Nach diesen Forderungen kann man analog zur Penalty-Methode folgenden Satz beweisen:

Satz 2.2.6:

1. Für alle $k = 0, 1, 2, \dots$ gilt:

$$\begin{aligned} H(x^k, r_k) &\geq H(x^{k+1}, r_{k+1}), \\ B(x^k) &\leq B(x^{k+1}), \\ F(x^k) &\geq F(x^{k+1}). \end{aligned}$$

2. Für jeden Häufungspunkt x^* der Folge (x^k) gilt $F(x^k) \geq F(x^*)$ für alle k und

$$\lim_{k \rightarrow \infty} F(x^k) = F(x^*).$$

3. Unter der Voraussetzung $M^0 \neq \emptyset$ ist jeder Häufungspunkt der Folge (x^k) optimale Lösung von (2.17).

Im Gegensatz zur Penalty-Methode ist dieses Verfahren nicht für Probleme mit Gleichungsrestriktionen geeignet, was man sich nach obigen Überlegungen leicht verdeutlichen kann. Dafür werden durch die freien Probleme aber zulässige Punkte des Ausgangsproblems erzeugt, nachdem ein geeigneter Anfangspunkt $x^0 \in M^0$ gefunden worden ist. Die Wahl dieses Punktes wie auch der Folge (r_k) sind wesentlich für die Effizienz der Strafkostenverfahren. Beide dargestellten Verfahren lassen sich auch iterativ anwenden, indem man den Minimalpunkt x^k von $H(x, r_k)$ als Anfangspunkt zur Minimierung von $H(x, r_{k+1})$ setzt. Auch bei der Barriere-Methode beeinflussen numerische Schwierigkeiten (z.B. durch $r_k \rightarrow 0$) die Konvergenz. Trotzdem gehören diese Methoden, insbesondere in Kombination mit speziellen Verfahren für freie Probleme, zu den beliebtesten der nichtlinearen Optimierung.

2.3 Versuche zur globalen Minimierung von Zielfunktionen mit lokalen Minimalpunkten

In diesem Abschnitt sollen Lösungsversuche zur globalen Minimierung solcher Optimierungsprobleme dargestellt werden, welche dadurch gekennzeichnet sind, daß neben dem globalen Minimum auch lokale Minima bei nichtlinearen Zielfunktionen auftreten können.

Betrachte also das nichtlineare Optimierungsproblem:

$$\min_{x \in M} F(x)$$

über dem zulässigen Bereich $M \subseteq \mathbb{R}^n$. Da bei linearen und konvexen Aufgaben keine echt lokalen Minima auftreten, liegt als ermittelte Minimallösung x^* hier stets das globale Optimum mit $F(x^*) \leq F(x)$ für alle $x \in M$ vor. Unter einem lokalen Minimum versteht man nun einen Punkt, der im Durchschnitt von M mit einer kleinen Kugelumgebung globales Minimum ist. Eine notwendige Bedingung für einen Minimalpunkt x^* von F , welche auch im Abschnitt 2.2 angewendet wurde, ist, daß für alle in x^* zulässigen Richtungen s die Ungleichung $(\text{grad}F(x^*))^T s \geq 0$ gelten muß und somit keine zulässige Abstiegsrichtung existieren kann (siehe 2.2.3).

Hieraus folgert man, daß alle im Inneren von M liegenden lokalen Minimalpunkte von F in der Menge der Nullstellen des Gradienten $\text{grad}F$ von F enthalten sind, sofern F eine differenzierbare reellwertige Funktion und M eine abgeschlossene, beschränkte Teilmenge des \mathbb{R}^n ist. Da die Aufgabe $\text{grad}F(x) = 0$ unter Umständen analytisch nicht lösbar ist und auch kein allgemeines systematisches Vorgehen bekannt ist, welches das Kontinuum unendlich vieler Randpunkte nach lokalen Minimalpunkten absucht, ist ein methodisches Verfahren zur Bestimmung eines globalen Minimums oft nicht anwendbar.

Häufig versucht man daher, ausgehend von einem Startpunkt in Richtung abnehmender Zielfunktionswerte fortzuschreiten bis ein Punkt aus M erreicht ist, für den keine zulässige Abstiegsrichtung mehr existiert. Solche Verfahren (u.a. die in Abschnitt 2.2 dargestellten) konvergieren dann lediglich gegen eine lokale Minimalstelle, einen Sattelpunkt o.ä. von F . Ist die gefundene Stelle als Minimallösung der Optimierungsaufgabe noch nicht akzeptabel, so kann durch einen Neustart des Verfahrens ausgehend von einem anderen Startpunkt versucht werden, einen weiteren lokalen Minimalpunkt mit evtl. kleinerem Zielfunktionswert zu ermitteln.

Eine weitere Methode, der ein systematisches Suchen zugrundegelegt wird, stellt das Enumerationsverfahren dar. Bei diesem Verfahren wird über das zulässige Gebiet $M \subseteq \mathbb{R}^n$ ein Gitter mit einer bestimmten Maschenweite d gelegt. Dazu ermittelt man die unteren und oberen Schranken l_i und L_i der Variablen x_i für alle i und

unterteilt das entsprechende Intervall $[l_i, L_i]$ in k_i gleichlange Teilintervalle, wobei sich die Maschenweite d_i aus $\frac{L_i - l_i}{k_i}$ ergibt. Durch Kombination dieser Teilpunkte

$$x_{ij} = l_i + j d_i \quad (j = 0, \dots, k_i, i = 1, \dots, n)$$

erhält man $\prod_{i=1}^n (k_i + 1)$ Gitterpunkte der Form

$$(x_{1j_1}, x_{2j_2}, \dots, x_{nj_n})^T \quad (j_i = 0, \dots, k_i, i = 1, \dots, n). \quad (2.22)$$

Für jeden zulässigen Gitterpunkt und somit in diskreten Punkten des zulässigen Bereiches wird der Wert der Zielfunktion berechnet und schließlich der Gitterpunkt mit dem kleinsten Wert als Näherung der globalen Lösung von F über M festgelegt. Wie man sich leicht verdeutlichen kann, ist diese Methode auch auf Zielfunktionen, die nicht differenzierbar oder nicht einmal stetig sind, anwendbar, während sie bei nichtlinearen Gleichungsrestriktionen aufgrund der Schwierigkeiten zur Bestimmung zulässiger Punkte i.a. allerdings nicht durchgeführt werden kann.

Oft ist es zweckmäßig, die Rechnung mit einem groben Gitter zu beginnen und dieses so lange zu verfeinern (d.h. die Maschenweite zu verringern), bis die Verfeinerung keine zusätzliche Information mehr liefert. Diese Verfeinerung kann auch auf einen Teil des Gitters beschränkt werden. In der praktischen Durchführung liegt daher ein entscheidender Nachteil darin, daß der Speicherplatzbedarf und die Rechenzeiten mit zunehmender Dimension des Problems stark anwachsen. Schon bei 5 bis 6 Variablen wird die praktische Durchrechnung in der Regel unmöglich.

Häufig wird daher die Monte-Carlo-Methode aus der stochastischen Simulation als algorithmische Methode zur Lösung von Optimierungsproblemen benutzt (siehe [3]). Die Anwendung dieser Methode besteht darin, daß man aus den endlich vielen Kombinationen der Teilpunkte des Gitters, also aus den diskreten Punkten (2.22) eine zufällige Auswahl trifft und innerhalb dieser Stichprobe durch Vergleich der Zielfunktionswerte den im Sinne des Optimums besten Punkt als quasioptimale Lösung ermittelt.

In der Erzeugung langer Folgen von Realisierungen einer oder mehrerer Zufallsgrößen, die als Zufallszahlen bezeichnet werden, unterscheiden sich die einzelnen Verfahren. Die Güte der erhaltenen Zufallszahlen wird an folgenden Kriterien gemessen:

- statistische Unabhängigkeit der Zufallszahlen untereinander
- große Periodenlänge bei Zyklen von Pseudozufallszahlen (vermöge eines endlichen Algorithmus erzeugte Zufallszahlen)
- Entsprechung mit nachzubildenden Wahrscheinlichkeitsverteilungen

- kurze Generierungszeiten
- Speicherbedarf und Reproduzierbarkeit

Eine weitere Möglichkeit zur Verwendung dieser Methode in der Optimierung ergibt sich dadurch, daß die mittels eines Zufallszahlengenerators erzeugten diskreten Punkte als Ausgangspunkte für Verfahren zur lokalen Minimierung benutzt werden. Durch Vergleich der so gewonnenen lokalen Optima wird wieder eine quasioptimale Minimallösung bestimmt. Bei den meisten Verfahren ist jedoch eine Verifikation der gefundenen Lösungen als globales Minimum nicht möglich.

Bei einigen Optimierungsproblemen kann schließlich noch die Kenntnis der Eigenschaft, daß der zulässige Bereich endlich viele Eckpunkte besitzt und einer dieser ausgezeichneten Randpunkte die Minimallösung des gegebenen Problems darstellt, ausgenutzt werden. Diese Eigenschaft trifft auf konkave Zielfunktionen F über einem kompakten, konvex zulässigen Bereich M zu, wobei das ermittelte Minimum von F über M zugleich das globale Minimum darstellt. Hier kann ein geschicktes Absuchen der Extrempunkte zum Ziel führen, so z.B. bei einem konvexen Polyeder als zulässigem Bereich mittels Standardverfahren der linearen Optimierung.

Da mit wachsender Dimension des Problems die Durchführbarkeit abnimmt, sollte man die im Verlauf des Verfahrens gewonnenen Informationen ausnutzen, um den zulässigen Bereich und somit die Anzahl der zu bestimmenden Extrempunkte zu reduzieren.

Eine weitere Klasse von Verfahren entsteht durch die Forderung, daß ein Teil oder sogar alle Variable x_i nur ganzzahlige oder diskrete Werte annehmen dürfen. Da solch ein Fall in diese Arbeit nicht in Betracht gezogen wurde, soll hier lediglich auf die Darstellung der diskreten und ganzzahligen Optimierung in [9] verwiesen werden.

2.3.1 Branch-and-Bound-Methoden

In diesem Abschnitt soll die Branch-and-Bound-Methode als Lösungsverfahren vorgestellt und zur Minimierung trennbarer Zielfunktionen über einer konvexen Menge angewendet werden. Trennbar bedeutet dabei, daß die Funktion als Summe von Funktionen jeweils einer Variablen dargestellt werden kann.

Die Branch-and-Bound-Methode ist ein kombinatorisches Verfahren, welches nur einen Bruchteil aller möglichen Lösungen des gegebenen Optimierungsproblems explizit berechnet. Die Menge aller möglichen Lösungen wird hierzu sukzessiv nach einer Verzweigungsvorschrift aufgespalten (*branching*). Für jede Teilmenge schätzt

man obere und/oder untere Schranken (*bounds*) der Zielfunktion für eine "beste" Lösung ab und verzweigt im allgemeinen diejenige Teilmenge weiter, wo die Schranke den günstigsten Wert hat. Das Verfahren bricht mit einem Optimum ab, wenn der Wert der Zielfunktion für eine erhaltene Lösung aus einer der Teilmengen besser oder mindestens ebenso gut ist wie alle ermittelten Schranken.

Dieses Aufteilen kann durch einen gerichteten Baum veranschaulicht werden, wobei der Wurzel des Baumes die Menge aller möglichen Lösungen M und jedem Knoten eine Teilmenge M_i dieser Lösungen entspricht.

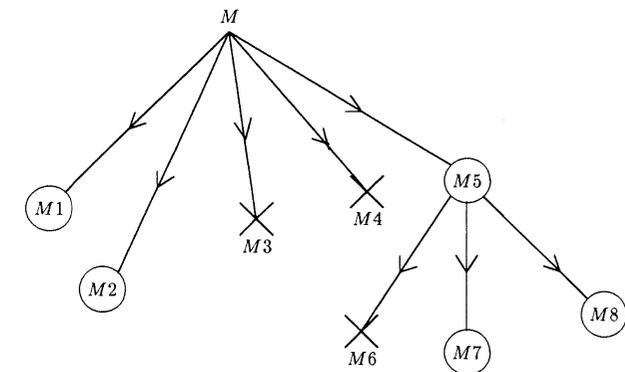


Abb. 2.8: Darstellung der Aufteilung der Menge aller möglichen Lösungen beim Branch-and-Bound-Verfahren

Diejenigen Mengen, die nicht weiter untersucht werden brauchen, weil sie entweder leer sind oder aber keine besseren Lösungen als die berechneten Näherungen für eine optimale Lösung des Ausgangsproblems enthalten, sind mit einem Kreuz versehen. Diese Fälle werden später näher erläutert.

Ein Vorteil gegenüber anderen Verfahren liegt darin, daß ausreichend gute Näherungslösungen schon relativ schnell gefunden werden, während der Nachweis der Optimalität häufig großen Rechenaufwand erforderlich macht. Im allgemeinen bricht der Algorithmus nicht in einer endlichen Anzahl von Schritten ab. Dieser Fall kann beispielsweise auch vorliegen, wenn keine endlichen Mengen möglicher Lösungen vorliegen.

Nachdem der Grundgedanke des Branch-and-Bound-Verfahrens dargestellt worden ist, soll dieses Prinzip angewendet werden, indem eine Folge von Teilproblemen aufgestellt und gelöst wird, dessen Zielfunktion konvex oder sogar linear bezüglich einer geeigneten Aufteilung des zulässigen Bereiches ist.

Betrachte das Ausgangsproblem:

$$F(x) = \sum_{i=1}^n F_i(x_i) \rightarrow \text{Min.} \quad (2.23)$$

$$x \in M$$

M sei der kompakte, konvexe zulässige Bereich. F ist eine trennbare Funktion von n Variablen und darstellbar als Summe von konvexen und konkaven Funktionen von jeweils einer dieser Variablen. Besitzt F partielle Ableitungen 2. Ordnung, so muß folglich gelten:

$$\frac{\partial^2 F}{\partial x_i \partial x_j} = 0 \quad \text{für } i \neq j.$$

Ist die Zielfunktion F stetig in M , so nimmt F das Minimum nach dem Satz von Weierstraß an.

Zur Bestimmung der Menge aller möglichen Lösungen ermittelt man geeignete untere und obere Schranken l_i und L_i der Variablen x_i für alle i und definiert den Quader $Q = \{x \in \mathbb{R}^n \mid l_i \leq x_i \leq L_i (i = 1, \dots, n)\} = \prod_{i=1}^n [l_i, L_i]$ als Aufteilungselement, wobei $M \subset Q$ und $M \cap Q \neq \emptyset$ gelten muß. Die Quader

$$Q^1 = \{x \in \mathbb{R}^n \mid l_i \leq x_i \leq L_i (1 \leq i \leq n, i \neq j), l_j \leq x_j \leq x_j^*\} = \prod_{i=1}^n [l_i^1, L_i^1]$$

$$Q^2 = \{x \in \mathbb{R}^n \mid l_i \leq x_i \leq L_i (1 \leq i \leq n, i \neq j), x_j^* \leq x_j \leq L_j\} = \prod_{i=1}^n [l_i^2, L_i^2] \quad (2.24)$$

bilden eine kompakte, konvexe Aufteilung von Q , denn es gilt:

$$Q = Q^1 \cup Q^2$$

$$Q^1 \cap Q^2 = \partial Q^1 \cap \partial Q^2 = \{x \in \mathbb{R}^n \mid l_i \leq x_i \leq L_i (1 \leq i \leq n, i \neq j), x_j = x_j^*\},$$

wobei $\partial Q^i (i = 1, 2)$ den Rand von Q^i bezeichnet. x_j^* mit $x_j^* \neq l_j$ und mit $x_j^* \neq L_j$ wird als Aufteilungskomponente von $x^* \in Q$ bezeichnet.

Zur Aufstellung der Teilprobleme wird die Zielfunktion durch sogenannte konvexe Subfunktionale approximiert:

Definition 2.3.1:

$M \subseteq \mathbb{R}^n$ sei konvex und kompakt. Die Funktion F besitze einen globalen Minimalpunkt über M . $\bar{\phi} : M \rightarrow \mathbb{R}$ heißt **konvexes Subfunktional**, falls gilt:

1. $\bar{\phi}$ ist konvex über M ,
2. $\bar{\phi}(x) \leq F(x)$ für alle $x \in M$,
3. $\bar{\phi}(x) \geq \min_{y \in M} F(y)$ für alle $x \in M$.

Mit dieser Definition werden grundlegende Eigenschaften, welche für eine Anwendung in diesem Verfahren sprechen, geliefert, zumal für jedes konvexe Subfunktional $\bar{\phi}$ von F über M gilt:

- $\min_{x \in M} \bar{\phi}(x) = \min_{x \in M} F(x)$
- die Menge der globalen Minimalpunkte von F über M ist enthalten in der Menge der globalen Minimalpunkte von $\bar{\phi}$ über M .

(Ein Beweis wird in [7] Kap.4.2 geführt.)

Ein eindeutiges konvexes Subfunktional liefert die folgende

Definition 2.3.2:

$M \subseteq \mathbb{R}^n$ sei konvex und kompakt. Die Funktion F besitze einen globalen Minimalpunkt über M . ϕ wird genau dann **konvexes Hüllfunktional** von F über M genannt, wenn es kein konvexes Subfunktional $\bar{\phi}$ gibt, welches in einem Punkt aus M einen größeren Wert als $\phi(x)$ annimmt.

Durch das triviale Subfunktional $\bar{\phi}(x) = \min_{y \in M} F(y)$ ist die Existenz gesichert, während jedoch die Konstruktion eines für die Optimierung brauchbaren Subfunktionals bezüglich eines beliebigen zulässigen Bereiches großen numerischen Aufwand einschließt, wenn sie nicht sogar aussichtslos ist. Dieser Aufwand läßt sich reduzieren, falls die zu approximierende Funktion F trennbar und der Bereich M ein Quader ist oder aber M durch ein Simplex ⁴ gegeben ist. (siehe [7] Kap.4.2)

Wird nun eine trennbare Funktion F , die als Summe von konvexen und konkaven Funktionen jeweils einer Variablen darstellbar ist, über einem gegebenen Quader $Q = \prod_{i=1}^n [l_i, L_i]$ betrachtet, so erhält man das konvexe Hüllfunktional ϕ als Summe

⁴Ein durch $n + 1$ Punkte des \mathbb{R}^n , die nicht auf einer affinen Hyperebene liegen, aufgespanntes konvexes Polyeder heißt Simplex.

der konvexen Hüllfunktionale ϕ_i der Teilfunktionen F_i über den zugehörigen Intervallen $[l_i, L_i]$.

$$\begin{aligned} \phi(x) &= \sum_{i=1}^n \phi_i(x_i) \\ &= \sum_{\substack{1 \leq i \leq n \\ F_i \text{ konkav}}} \phi_i(x_i) + \sum_{\substack{1 \leq i \leq n \\ F_i \text{ konvex}}} F_i(x_i) \end{aligned} \quad (2.25)$$

Das konvexe Hüllfunktional einer konkaven Teilfunktion F_i von einer Variablen ist lediglich eine lineare Funktion, die durch die Endpunkte $(l_i, F_i(l_i))$ und $(L_i, F_i(L_i))$ des Graphen der gegebenen Teilfunktion führt und somit folgende Form hat:

$$\phi_i(x_i) = \frac{F_i(L_i) - F_i(l_i)}{L_i - l_i} x_i + \frac{F_i(l_i)L_i - F_i(L_i)l_i}{L_i - l_i} \quad x_i \in [l_i, L_i] \quad (2.26)$$

Das Branch-and-Bound-Verfahren erzeugt eine Abspaltung des Ausgangsquaders Q in immer kleiner werdende Teilquader (branching) und eine immer bessere Approximation von F , indem eine untere Schranke von F über den Durchschnitt jeder dieser Teilquader mit dem gegebenen zulässigen Bereich M bestimmt wird (bounding). In jedem Schritt wird einer der bisher betrachteten Teilbereiche ausgewählt und in zwei Teilquader aufgespalten. Daraufhin bestimmt man das Minimum der konvexen Hüllfunktionale über jeden dieser Quader im Durchschnitt mit dem zulässigen Bereich M und erhält jeweils eine untere Schranke von F über diesen Durchschnitt. Das Minimum der unteren Schranken (all dieser Minima der konvexen Hüllfunktionale), genommen über alle Teilbereiche, stellt eine untere Schranke für den Wert von F über den gesamten Bereich dar. Mit $F(x^k) = \phi_k(x^k)$ muß also x^k globaler Minimalpunkt von F über M sein. Andernfalls wird als nächstes der Teilquader aufgeteilt, welcher zu dem derzeit kleinsten Minimum gehört, um eine wachsende Folge von unteren Schranken und somit eine verbesserte Approximation der Zielfunktion zu erhalten.

Eine algorithmische Beschreibung dieses Verfahrens für das Optimierungsproblem (2.23) lautet:

Schritt 0:

0.1: Wähle einen Ausgangsquader $Q \subset \mathbb{R}^n$ mit $M \subseteq Q$.

0.2: Bestimme die Indexmenge I_k der konkaven Teilfunktionen F_i der trennbaren Zielfunktion F .

Bestimme das konvexe Hüllfunktional $\phi_0 : Q \rightarrow \mathbb{R}$ von F über Q , wobei $\phi_0 = \sum_{i=1}^n \phi_{0,i}$ mit

$$\begin{aligned} \phi_{0,i} &= \text{konvexes Hüllfunktional von } F_i \text{ über } [l_i, L_i] \text{ gemäß (2.26)} \quad \text{für } i \in I_k \\ \phi_{0,i} &= F_i \quad \text{sonst} \end{aligned}$$

0.3: Berechne x^0 als Lösung des konvexen Optimierungsproblems

$$\min_{x \in M \cap Q} \phi_0(x)$$

0.4: Berechne $F(x^0)$.

0.5: Gilt $F(x^0) = \phi_0(x^0)$, dann bricht das Verfahren ab und x^0 ist globaler Minimalpunkt von F über M . Andernfalls setze $Q_0^1 := Q$, $p_0 = 1$ und fahre bei Schritt 0.1 fort.

Schritt k (k=1,2,...):

O.B.d.A. sei $x^{k-1} \in Q_{k-1}^{p_{k-1}}$ mit $p_{k-1} =$ Anzahl der bisher erzeugten, zu betrachtenden Teilbereiche.

k.1: (Verzweigungsvorschrift)

Bestimme die Aufteilungskomponente x_j^{k-1} des am Ende des vorhergehenden Schrittes gefundenen Punktes x^{k-1} gemäß:

$$F_j(x_j^{k-1}) - \phi_{k-1,j}(x_j^{k-1}) = \max_{i \in I_k} \{F_i(x_i^{k-1}) - \phi_{k-1,i}(x_i^{k-1})\}$$

und lege mit (2.24) eine Aufteilung $\{Q_k^1, Q_k^2\}$ von $Q_{k-1}^{p_{k-1}}$ in zwei Teilquader fest mit

$$Q_k^1 = \prod_{i=1}^n [l_{k,i}^1, L_{k,i}^1] \quad Q_k^2 = \prod_{i=1}^n [l_{k,i}^2, L_{k,i}^2].$$

(Gilt $M \cap Q_k^q = \emptyset$ für $q = 1$ oder 2 , so ist Q_k^i für das weitere Verfahren nicht mehr relevant und wird gestrichen. O.B.d.A. nehmen wir deshalb $M \cap Q_k^q \neq \emptyset$ an.)

k.2: Bestimme die konvexen Hüllfunktionale $\phi_k^q : Q_k^q \rightarrow \mathbb{R}$ von F über Q_k^q für $q = 1$ und 2 , wobei $\phi_k^q = \sum_{i=1}^n \phi_{k,i}^q$ mit

$$\begin{aligned} \phi_{k,i}^q &= \text{konvexes Hüllfunktional von } F_i \text{ über } [l_{k,i}^q, L_{k,i}^q] \quad \text{für } i \in I_k \\ \phi_{k,i}^q &= F_i \quad \text{sonst} \end{aligned}$$

k.3: Berechne x_k^1 als Lösung von

$$\min_{x \in M \cap Q_k^1} \phi_k^1(x)$$

und x_k^2 als Lösung von

$$\min_{x \in M \cap Q_k^2} \phi_k^2(x).$$

k.4: Berechne $F(x_k^1)$ und $F(x_k^2)$.

k.5: (Indexttransformation zum nachfolgenden Vergleich aller bisher gefundenen Schranken)

Setze für $i = 1, \dots, p_{k-1} - 1$:

$$\begin{aligned} Q_k^{2+i} &= Q_{k-1}^i \\ \phi_k^{2+i} &= \phi_{k-1}^i \\ x_k^{2+i} &= x_{k-1}^i \end{aligned}$$

und $p_k = 2 + p_{k-1} - 1$.

k.6: (Abschätzung)

Bestimme x^k und \bar{x}^k gemäß

$$\begin{aligned} \phi_k(x^k) &:= \min_{1 \leq i \leq p_k} \phi_k^i(x_k^i) \\ F(\bar{x}^k) &:= \min_{1 \leq i \leq p_k} F(x_k^i) \end{aligned}$$

k.7: (Abbruchkriterium)

Berechne $F(x^k)$. Wenn $F(x^k) = \phi_k(x^k)$ gilt, dann bricht das Verfahren ab und x^k ist globaler Minimalpunkt von F über M . Andernfalls fahre bei Schritt k+1 fort.

Durch das Minimum der zu den lokalen Minimalpunkten der konvexen Hüllfunktionale gehörenden Zielfunktionswerte von F läßt sich eine kleinste obere Schranke für den Minimalwert von F festlegen. Mit x^* als globalem Minimalpunkt von F über M muß also folgende Ungleichung für alle $k = 1, 2, \dots$ gelten:

$$\phi_k(x^k) \leq \phi_{k+1}(x^{k+1}) \leq F(x^*) \leq F(\bar{x}^{k+1}) \leq F(\bar{x}^k).$$

Der globale Minimalpunkt von F kann offenbar nicht in irgendeinem Teilbereich $M \cap Q_k^i$ ($i \in \{1, \dots, p_k\}$) liegen, wenn für $M \cap Q_k^i$ gilt:

$$\phi_k^i(x_k^i) > F(\bar{x}^k).$$

Dieser Bereich wird darum von weiteren Betrachtungen ausgeschlossen.

Wie bereits erwähnt, bricht das Verfahren im allgemeinen nicht nach einer endlichen Anzahl von Schritten ab, sondern konvergiert gegen einen Häufungspunkt der Folge der zu den unteren Schranken gehörenden Punkten x^k . Konvergenzaussagen konnten bisher jedoch nur unter gewissen Voraussetzungen bewiesen werden. Bezogen auf das gegebene Optimierungsproblem (2.23) und das daraus resultierende Branch-and-Bound-Verfahren wird folgendes gezeigt:

Lemma 2.3.3:

Wenn das Verfahren nicht nach einer endlichen Anzahl von Schritten abbricht, so ist es möglich, eine unendliche konvergente Teilfolge (x^t) von (x^k) mit einer zugehörigen Folge von Quadern (Q_t) auszuwählen, wobei Q_t einer der beiden mit der Verzweigungsvorschrift aus Schritt [k.1] erhaltenen Teilquader von Q_{t-1} sein muß.

Beweis:

Jede Aufteilung enthält nur eine endliche Anzahl von Elementen. Wähle für $t = 1$: $x^t = x^1$, $Q_t = Q$. Da die Folge (x^k) unendlich ist, muß bei gegebenem $x^t \in (x^k)$ mindestens einer der Quader $\{Q_t^1, Q_t^2\}$ eine unendliche Anzahl von Punkten von (x^k) enthalten. Wähle einen dieser Quader als Q_{t+1} und setze den nächsten Punkt der Folge (x^k) als x^{t+1} , welcher in diesem Quader liegt. Mit der gegebenen Verzweigungsvorschrift, angewendet auf diesen Quader, wird nun im nächsten Schritt einer der beiden Teilquader mit unendlicher Anzahl von Punkten als Q_{t+2} gewählt und entsprechend x^{t+2} ermittelt. Führt man diese Methode fort, so erhält man eine "geschachtelte" Folge von Quadern Q_t und eine unendliche Teilfolge (x^t) von (x^k) mit $x^t \in Q_t$.

□

Lemma 2.3.4:

Sei $Q_1 = \{x \in \mathbb{R}^n \mid l_i \leq x_i \leq L_i (i = 1, \dots, n)\}$ ein Quader. Eine Folge von Quadern $Q_k \rightarrow Q_{k+1}$ konstruiert man wie folgt: Wähle eine Aufteilungskomponente x_j^* ($1 \leq j \leq n$) mit $x_j^* \neq l_j$ und $x_j^* \neq L_j$ und spalte den Quader Q_k gemäß (2.24) in zwei Teilquader auf. Dann existiert ein $\bar{x} \in \mathbb{R}^n$ mit:

$$\lim_{k \rightarrow \infty} Q_k = \bigcap_{k=1}^{\infty} Q_k \ni \{\bar{x}\}$$

Beweis:

Durch die Konstruktion der Q_k ist eine monoton abnehmende Folge $Q_1 \supset Q_2 \supset \dots$ von kompakten Bereichen gegeben. Die Existenz solch einer Folge mit $Q := \lim_{k \rightarrow \infty} Q_k = \bigcap_{k=1}^{\infty} Q_k \neq \emptyset$ und somit die Existenz solch eines $\bar{x} \in \mathbb{R}^n$ ist nach dem Prinzip der Intervallschachtelung gegeben.

□

Durch die Wahl einer Aufteilungskomponente x_j^* ist gesichert, daß die Länge eines Intervalls $[l_j, L_j]$ und somit das Volumen der Quader Q_k mit jedem Schritt abnimmt.

Lemma 2.3.5:

Sei $Q_1 \subset \mathbb{R}^n$ ein Quader und $(Q_k)_{k=1}^\infty$ eine nach 2.3.3 konstruierte Folge.
 Sei $F : A \rightarrow \mathbb{R}$ eine stetige Funktion, die sich als Summe von konvexen und konkaven Teilfunktionen jeweils einer Variablen darstellen läßt, über einem offenen Bereich A mit $Q_1 \subseteq A \subset \mathbb{R}^n$ und $(\phi_k)_{k=1}^\infty$ die Folge der konvexen Hüllfunktionale von F , wobei jedes ϕ_k über dem zugehörigen Quader Q_k definiert wird nach (2.25) und (2.26). Die Folge (ϕ_k) ist gleichmäßig stetig in folgendem Sinn:
 Für jedes $\epsilon > 0$ existiert ein $\delta = \delta(\tilde{x}, \epsilon)$ unabhängig von k , so daß für alle $\tilde{x}, x \in Q_k$ mit $|\tilde{x} - x| \leq \delta$ gilt:

$$|\phi_k(x) - \phi_k(\tilde{x})| \leq \epsilon.$$

Beweis:

Es gilt nach (2.25):

$$\begin{aligned} \phi_k(x) &= \sum_{i=1}^n \phi_{k,i}(x_i) \\ &= \sum_{\substack{1 \leq i \leq n \\ F_i \text{ konkav}}} \phi_{k,i}(x_i) + \sum_{\substack{1 \leq i \leq n \\ F_i \text{ konvex}}} F_i(x_i). \end{aligned}$$

Da F stetig und in konvexe und konkave Teilfunktionen trennbar ist, sind also auch die mit den konvexen Teilfunktionen von F übereinstimmenden Teilfunktionen von ϕ_k bezüglich einer Variablen stetig.

Das konvexe Hüllfunktional einer konkaven Funktion einer Variablen ist lediglich eine lineare Funktion, so daß auch die restlichen Teilfunktionen stetig sein müssen. Also ist ϕ_k als Summe stetiger Funktionen ebenfalls stetig und sogar gleichmäßig stetig, da ϕ_k über einem kompakten Definitionsbereich definiert ist.

□

Satz 2.3.6:

Sei das Optimierungsproblem (2.23) gegeben. Dann erzeugt der Algorithmus (S.37) im unendlichen Fall eine Folge zulässiger Punkte x^k , die gegen einen Häufungspunkt x^* als Lösung von (2.23) konvergiert. Ferner ist der Grenzwert der Folge $(\phi_t(x^t))$ gleich $F(x^*)$, wobei (x^t) eine konvergente Teilfolge von (x^k) ist.

Beweis:

Wähle nach Lemma 2.3.3 eine unendliche, konvergente Teilfolge (x^t) von (x^k) und eine zugehörige "geschachtelte" Folge von kompakten Quadern Q_t mit $x^t \in Q_t$.

Nach Lemma 2.3.4 gibt es mindestens ein x^* mit

$$\lim_{t \rightarrow \infty} x^t := x^* \in \bigcap_{k=1}^\infty Q_k.$$

Da nach Definition von ϕ_t gilt: $F((l_{t,1}, \dots, l_{t,n})^T) = \phi_t((l_{t,1}, \dots, l_{t,n})^T)$ und $F((L_{t,1}, \dots, L_{t,n})^T) = \phi_t((L_{t,1}, \dots, L_{t,n})^T)$, gibt es für jedes Q_t Punkte $y^t \in Q_t$ mit $\phi_t(y^t) = F(y^t)$.

Behauptung: $\lim_{t \rightarrow \infty} (\phi_t(x^t) - F(x^t)) = 0$

Beweis der Behauptung:

Im t -ten Schritt der Iteration wird ein Quader abgespalten, der Q_t^2 genannt werden soll. Das Volumen dieser Q_t^2 konvergiert mit jedem Schritt gegen Null. Für die abgespaltenen Quader gilt für alle y auf dem Rand:

$$F(y) = \phi_{t-1}(y), \quad \text{das heißt } F(y) - \phi_{t-1}(y) = 0 \text{ für alle } y \in \partial Q_{t-1}.$$

Nach Lemma 2.3.5 sind F und für jedes t die Funktion ϕ_t gleichmäßig stetig und da das Volumen der Q_t^2 gegen Null konvergiert, folgt:

$$\forall \epsilon > 0 \quad \exists t \quad \forall x \in Q_t^2 : \quad F(x) - \phi_t(x) < \epsilon.$$

Da der Punkt x^{t-1} auch zu Q_t^2 gehört, erhält man mit Schritt [k.1]:

$$\max_{x \in Q_t} \{F(x) - \phi_t(x)\} < \epsilon$$

und somit auch für alle x aus dem nicht abgespaltenen Quader Q_t :

$$F(x) - \phi_t(x) < \epsilon.$$

Hieraus folgt mit Grenzwertbetrachtung die Behauptung.

Nach Schritt [k.3] und nach Auswahl der Q_t gilt:

$$\phi_t(x^t) = \min_{x \in M \cap Q_t} \phi_t(x) \leq \min_{x \in M} F(x).$$

Mit dem Grenzübergang ergibt sich: $\lim_{t \rightarrow \infty} \phi_t(x_t) \leq \min_{x \in M} F(x)$ und wegen $\lim_{t \rightarrow \infty} (\phi_t(x^t) - F(x^t)) = 0 \quad (x^t \in Q_t)$ folgt:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \phi(x^t) = \lim_{t \rightarrow \infty} F(x^t) \leq \min_{x \in M} F(x)$$

und damit

$$F(x^*) = \lim_{t \rightarrow \infty} F(x^t) = \min_{x \in M} F(x).$$

□

Für die computergesteuerte Realisation sei bemerkt, daß sich die in Schritt [k.6] benötigten Hüllfunktionale von dem bereits bestimmten konvexen Hüllfunktional über dem aufgespalteten Quader lediglich durch die Teilfunktion bezüglich der Aufteilungskomponente unterscheiden. Die konvexen Hüllfunktionale der konkaven Teilfunktionen werden durch die Gleichung (2.26) bestimmt.

Zur Lösung der Minimierungsprobleme in Schritt [k.3] wurde die Methode der zulässigen Gradienten nach Zoutendijk mit Normierungsbedingung $N5$ implementiert. Ausschlaggebend für die Wahl war die in konkreten Rechenläufen getestete Unempfindlichkeit des Verfahrens sowie die Bestimmung relativ guter Näherungslösungen für die gestellten Probleme.

Kapitel 3

Mathematische Optimierung in der Kanalnetzsteuerung

3.1 Einführung in das Steuerungsproblem

Die Steuerung eines Abflußprozesses basiert auf der Idee, die vorhandenen Transport- und Speicherkapazitäten eines Entwässerungssystems mit Hilfe von Steuerungseinrichtungen (Pumpen, Schieber usw.) so auszunutzen, daß keine Überschwemmungen, Regenentlastungen oder sonstige Beeinträchtigungen entstehen, sofern noch verfügbare Kapazität in den Becken und Kanälen vorhanden ist. Dabei wird auf konstruktive Maßnahmen wie den Bau zusätzlicher Speicherräume, Sanierung des Entwässerungssystems,... und auf konzeptionelle Maßnahmen wie z.B. die Ableitung unbelasteten Regenwassers verzichtet. Zuerst muß jedoch das Steuerungspotential ermittelt werden, welches Aussagen über die Möglichkeit einer Verbesserung der Steuerung im Hinblick auf die gesteckten Steuerungsziele liefert und das sich aus dem Leistungsvermögen des Netzes im Istzustand ergibt. Ein Maß für das Versagen des Netzes stellen z.B. Menge und Häufigkeit von Entlastungen und Überstau sowie auftretende Umweltbelastungen dar.

Während bei lokaler Steuerung jede Steuerungseinrichtung für sich isoliert und mit festen Sollwerten betrieben wird, ermöglicht eine Verbundsteuerung aller Steuerungseinrichtungen die laufende Anpassung aller Sollwerte an die jeweils aktuelle Betriebsituation (näheres zu Systemkonzeptionen für die Abflußsteuerung siehe [18] Kap.5.2). Allerdings muß der Nutzen eines Verbundsteuerungssystems im Anwendungsfall gegen den zusätzlich erforderlichen meß- und steuerungstechnischen Aufwand abgewogen werden. Je komplexer ein Entwässerungssystem ist, desto schwieriger ist es, eine Steuerung im Verbund unter Berücksichtigung aller sich beeinflus-

senden Steuerelemente, der Anfangs- und Randbedingungen¹ sowie Belastungen² zu ermitteln.

Mit einer Steuerungsstrategie für ein Kanalsystem ist eine Vorschrift zu suchen, nach welcher die Sollwerte aller lokalen Steuereinheiten in Abhängigkeit von aktuellen und ggf. vorausgerechneten Systemzuständen im Gesamtnetz innerhalb eines Zeitraumes einzustellen sind, so daß die Zielsetzungen bestmöglich erreicht werden.

Wegen der komplexen Struktur der Kanalnetze ist die beste Strategie aus einer Reihe von Alternativen jedoch nicht ohne weiteres zu finden. In solchen Situationen kann versucht werden, das gegebene System durch ein mathematisches Modell zu bestimmen, d.h. ein Ersatzsystem zu definieren, die maßgebenden Eigenschaften und Zusammenhänge in diesem System durch mathematische Beziehungen darzustellen, und das Steuerungsproblem als Optimierungsaufgabe zu formulieren.

Ein solches mathematisches **Steuerungsproblem** umfaßt im allgemeinen folgende drei Komponenten:

1. die in einem Vektor $\mathbf{x} = (x_1, \dots, x_n)^T$ zusammenfaßbaren Zustandsvariable x_1, \dots, x_n ,
2. den durch Systembeschränkungen $g_i(\mathbf{x}) \leq 0$ abgegrenzten zulässigen Lösungsbereich,
3. die Kostenfunktion $F(\mathbf{x}) \rightarrow \text{Min.}$ für die beste Strategie.
Die Kostenfunktion ist dabei als ein Maß für die Wirksamkeit zu verstehen, die den einzelnen Wertekombinationen der Zustandsvariablen zugeordnet ist, und stellt somit ein absolutes Maß für die Güte der Steuerungsstrategie dar.

Mit Hilfe von Optimierungsverfahren kann nun auf Basis eines Ersatzsystems eine optimale Steuerungsstrategie als Lösung berechnet werden. Diese Lösung kommt im Rahmen gewisser systembedingter Einschränkungen und rechentechnisch-methodischer Vereinfachungen den Zielvorstellungen am nächsten.

Da die Steuerungsstrategie über einen vorbestimmten Zeitraum ermittelt werden soll, muß eine Folge von meist äquidistanten Zeitpunkten festgelegt werden. Das Steuerungsproblem wird daher um die Dimension der Zeit erweitert. Jede Zustandsvariable entspricht dann dem Sollwert eines Kanalnetzelementes des Ersatzsystems zu einem Zeitpunkt. Der **Berechnungshorizont NBH** gibt nun an, für wieviel aufeinanderfolgende Zeitschritte ausgehend von einem Anfangszustand der Optimierungsalgorithmus die Sollwerte berechnet. Wird z.B. als Berechnungshorizont 3

¹max. Förder- bzw. Speicherkapazitäten, Pumpraten usw.

²verschiedene Niederschlagsereignisse

vorgegeben, so wird durch die Optimallösung eine Steuerungsstrategie über 3 Zeitschritte festgesetzt, indem mit den Komponenten des Lösungsvektors \mathbf{x}^* die Sollwerte der Kanalnetzelemente an 4 Zeitpunkten bestimmt werden.

Da sich mit Erhöhung des Berechnungshorizontes auch die Anzahl der Zustandsvariablen und somit der Systembeschränkungen linear für das Steuerungsproblem erhöht, sollte aufgrund der Speicherintensität und des Rechenaufwandes des implementierten Optimierungsverfahrens dieser Horizont nicht zu groß angesetzt werden. Andererseits jedoch werden durch einen größeren Berechnungshorizont mehr Kanalnetzelemente im Verbund gesteuert. Die Sollwerte dieser Elemente werden abhängig von aktuellen, ggf. früheren und späteren Systemzuständen berechnet und somit eine bessere Steuerungsstrategie im Sinne des Steuerungsproblems ermittelt. Sofern die maximale Speicherkapazität des Optimierungsprogramms ausreicht, sollte ab einer gewissen Höhe des Berechnungshorizontes jedoch keine Verbesserung mehr zu erwarten und eine vollständige Verbundsteuerung erreicht sein.

Die Länge eines Zeitschrittes sollte unter Berücksichtigung der Reaktionszeit und des Verhaltens des realen Systems sowie der Vorhersage externer Zuflüsse sinnvoll für die Strategiebestimmung gewählt werden. Je kleiner die Länge eines Zeitschrittes gesetzt wird, desto mehr Kanalnetzelemente sind notwendig, um ein Ersatzsystem zu konstruieren.

Da die Prozesse im realen System durch ein Modell nachgebildet werden und die Modellzeit nicht gleich der aktuellen Zeit ist, spricht man von Simulation. Mit einer Simulation wird eine Steuerungsstrategie als zeitliche Folge von Sollwerten bestimmt, indem für jeden Zeitschritt ein neues Steuerungsproblem formuliert und gelöst wird. Mit Ausnahme des ersten Steuerungsproblems³ ergeben sich die Anfangszustände der Kanalnetzelemente der einzelnen Steuerungsprobleme aus den als optimal errechneten Sollwerten des vorherigen Problems. Je kleiner der Berechnungshorizont der Optimierungsaufgaben gewählt wird, desto schlechter wird die Steuerungsstrategie (siehe oben) und desto größer ist die Akkumulation der Fehler mit jedem neu aufgestellten Steuerungsproblem.

³Hier müssen die Anfangszustände vorgegeben werden.

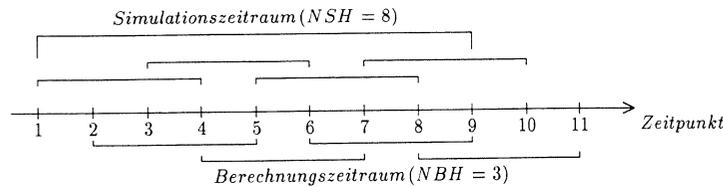


Abb. 3.1: Veranschaulichung des Berechnungs- und Simulationshorizontes

Der **Simulationshorizont** NSH ist die Anzahl der Zeitschritte für den gewählten Simulationszeitraum, welcher für ein Regenereignis aus der Summe der Niederschlagsdauer und der Fließzeit des zwischengespeicherten Abwassers bis zur Kläranlage bestimmt werden sollte. Im allgemeinen dauert die Entleerungsphase nach einem Ereignis länger als die Einstauphase, da u.a. die Kapazitäten der Steuerungseinrichtungen und die Reinigungsleistung der Kläranlage begrenzt sind.

Aufgrund des hohen Abstraktionsgrades ist es notwendig, das Ersatzsystem in den Anwendungen zu beobachten, ggf. zu modifizieren und die Zulässigkeit der Vereinfachungen durch Sensitivitätsanalysen zu bestätigen. Weiterhin sollten die Auswirkungen der Steuerungsstrategien für eine Vielzahl von vorstellbaren Systemsituationen und Regenereignissen (Langzeitsimulation) überprüft werden. Entscheidend für eine Beurteilung der als optimal gesetzten Steuerungsstrategie ist die Frage, wie genau das Modell nach den getroffenen Vereinfachungen das reale System beschreibt. Eine solche Überprüfung ist z.B. durch überwachten Testbetrieb oder durch detaillierte Modellrechnung⁴, jedoch (noch) nicht mit den programmierten Optimierungsverfahren, möglich.

3.2 Beschreibung des Ersatzsystems

Die Konstruktion eines Ersatzsystems als Abbild des realen Entwässerungssystems trägt entscheidend zur Berechnung der optimalen Steuerungsstrategie bei. In diesem Abschnitt sollen daher die gegenüber einem realen Kanalnetz erforderlichen Vereinfachungen und Restriktionen zur Darstellung des Systems und des Abflußgeschehens für das Optimierungsmodell vorgestellt werden.

⁴Das hydrodynamische Abflußmodell EXTRAN simuliert mit jedem Zeitschritt die neuen Systemzustände, nachdem das Optimierungsmodell die neue Strategie errechnet haben könnte.

In einem ersten Schritt wird das gegebene Entwässerungssystem anhand vorliegender Daten über sein Einzugsgebiet, sein Sammlernetz und seinen Niederschlags-Abfluß-Prozess untersucht. Über Unzulänglichkeiten in der Funktionsweise können Messungen im Kanalnetz, an Überläufen und an der Kläranlage Aufschluß geben. Weiterhin ist ein Verständnis der Vorgänge auf der Geländeoberfläche und im Kanal während eines Niederschlagsereignisses als Systembelastung notwendig.

Unter Berücksichtigung der Steuerungsziele und aus der Kenntnis des Systems und seines Verhaltens werden nun die Kanalnetzelemente des Ersatzsystems aus den Elementen und Teilsystemen des gegebenen Entwässerungssystems bestimmt und im folgenden mit Systemkomponenten bezeichnet. Ein zu detailliertes Ersatzsystem beansprucht erhebliche Speicherkapazität und kann schon bei kleineren Berechnungshorizonten zum Speicherüberlauf des Rechners führen.

Entsprechend ihren Eigenschaften lassen sich diese Systemkomponenten zwei Typen zuordnen:

- Bogen
- Knoten

Das Entwässerungssystem wird als eine Menge von Knoten betrachtet, welche bestimmte Verbindungen (Bogen) aufweisen. Dieses Knoten-Bogen-Netz läßt sich folgendermaßen charakterisieren:

Bogen

Bogen sind für den Transport des Abwassers während des Abflußprozesses im Entwässerungssystem verantwortlich. Die Transportfunktion dominiert hier gegenüber der Speicherfunktion⁵ im betrachteten Kanalnetz während der Belastungszeit.

Bogen stellen die Steuerungsorgane für den Abfluß dar und entsprechen daher den als maßgeblich erachteten Haltungen⁶, Pumpen, Schnecken, Wehre, Schieber usw. des realen Systems. Eine nähere Beschreibung und Charakterisierung dieser Kanalnetzelemente findet man in [8] Kap.2.2. und [19]. Den Sollwerten dieser Systemkomponenten wird ein Durchfluß in m^3/s und eine Fließzeit zugeordnet.

Grundlegend für den Abflußtransport in der Hydrodynamik sind die Kontinuitätsgleichung und die Bewegungsgleichung, welche die Verlustfreiheit des Wassers und

⁵Jedem Bogen kann eine verdeckte Speicherkapazität zugeordnet werden.

⁶Abhängig von der Kanalnetzkonfiguration muß gegebenenfalls eine Haltung durch eine Steuerungseinrichtung simuliert werden, um eine optimale Steuerungsstrategie für das gegebene System bestimmen zu können.

die Erhaltung der Energie während eines Fließvorgangs ausdrücken. Die sich daraus ergebende Durchfluß- und Fließzeitbestimmung ist jedoch sehr komplex, so daß meist auf vereinfachte Gleichungsformen, konzeptionelle oder statistische Abflußmodelle zurückgegriffen wird (siehe [18] Kap.3).

Für das Optimierungsproblem wird eine realistische Vereinfachung der Transportbewegung angenommen, indem der Durchfluß eines Bogens über einen Zeitschritt als konstant angesehen wird. Hierzu muß vorausgesetzt werden, daß

- sich konstante Fließzeiten einstellen,
- Transportvorgänge nicht rückstaubehaftet sind,
- Abflußwellen sich nicht verformen,
- an Drosseln (Absperrorgan) eine ideale Trennschärfe herrscht.

Sei NB die Anzahl der wesentlichen Bogen für das Ersatzsystem. Zur Sollwertbegrenzung und somit zur Bestimmung des zulässigen Bereiches des Steuerungsproblems muß der minimale Durchfluß ($l_i \geq 0$) und der tatsächlich erreichbare maximale⁷ Durchfluß ($L_i \geq l_i$) als Förderkapazitätsgrenzen eines jeden Bogens bestimmt werden.

$$\begin{aligned} x_{i,t} &\geq l_i & i = 1, \dots, NB; t = 1, \dots, NBH + 1 \\ x_{i,t} &\leq L_i & i = 1, \dots, NB; t = 1, \dots, NBH + 1 \end{aligned}$$

Liegt z.B. eine Pumpe als Bogen vor, so entsprechen diese Werte den minimalen und maximalen Pumpraten. Desweiteren kann für jedem Bogen des Ersatzsystems ein Anfangszustand ($A_i \geq l_i$) angegeben werden.

$$x_{i,1} = A_i \quad i \in \{1, \dots, NB\}$$

Mit diesen Randbedingungen werden Gleichungsrestriktionen aus den Anfangszuständen und Ungleichungsrestriktionen aus den Kapazitätsgrenzen als physikalische Systembeschränkungen für das Steuerungsproblem definiert. Diese vorgegebenen Durchflußwerte (m^3/s) müssen für das Optimierungsverfahren auf den vorbestimmten Zeitschritt (in Minuten) hochgerechnet werden, um eine korrekte Sollwertbestimmung einer Systemkomponente zu einem Zeitpunkt vornehmen zu können. Für das Verfahren wird nun vorausgesetzt, daß eine kontinuierliche Sollwertbestimmung innerhalb der Kapazitätsgrenzen möglich ist. Inwieweit die ermittelten Sollwerte durch die Steuerungsorgane realisiert werden können, ist ein regelungstechnisches Problem und soll hier nicht weiter erläutert werden.

⁷Die Bestimmung dieses Wertes ist aufgrund vieler beeinflussender Faktoren (Gefälle, Reibung,...) besonders problematisch.

Die für das Optimierungsproblem benötigte Fließzeit eines Bogens⁸ muß ebenfalls auf den vorgegebenen Zeitschritt bezogen werden. Als Richtwert dient

$$\text{integer} \left(\frac{\text{Fließzeit durch den Bogen}}{\text{Länge eines Optimierungszeitschrittes}} \right) + 1.$$

Für *jeden* Bogen muß eine minimale Fließzeit von 1 vorgegeben werden, denn: Bei einer Fließzeit von 1 ist zum nächsten Zeitpunkt $t + 1$ das Volumen, das dem berechneten Durchflußsollwert zum Zeitpunkt t entspricht, aus dem zugehörigen Bogen abgeführt worden. Mit einer Fließzeit von 0 dagegen wäre kein Abflußtransport möglich.

Knoten

Eine Steuerungsstrategie soll eine aktive Stauraum- und Beckenbewirtschaftung mit Hilfe von Steuerungseinrichtungen (Bogen) vornehmen. Während den Bogen die Transportfunktion während des Abflußprozesses übertragen wird, nehmen die Knoten primär eine Speicherfunktion des Abwassers ein. Als typische Vertreter dieser Systemkomponente sind Regenbecken, Kläranlagen, Regenüberlaufbecken, Kanalsauräume, usw. zu nennen. (Zur näheren Beschreibung dieser Kanalnetzelemente siehe [8] Kap.2.2. und [19].) Dem Sollwert eines Knotens wird das Volumen in m^3 als Speicherauslastung zu einem Zeitpunkt zugeordnet.

Knoten liegen zwischen zuführenden und abführenden Bogen. Das Zuflußvolumen eines Knotens ohne Speicherkapazität⁹ muß mit seinem Abflußvolumen übereinstimmen. Im allgemeinen sollten diese Systemkomponenten jedoch ihrer Funktion entsprechend Wassermengen aufnehmen und zwischenspeichern können.

Sei NK die Anzahl der wesentlichen Knoten für das Ersatzsystem. Für jeden Knoten des Ersatzsystems muß eine minimale und eine maximale Speicherkapazität (Stauraumvolumen, l_i und L_i) sowie gegebenenfalls ein Anfangsvolumen (A_i) ermittelt werden, um für das Steuerungsproblem Anfangsbedingungen und Zustandseinschränkungen als Restriktionen des zulässigen Lösungsbereiches festlegen zu können.

$$\begin{aligned} x_{i,t} &\geq l_i & i = NB + 1, \dots, NB + NK; t = 1, \dots, NBH + 2 \\ x_{i,t} &\leq L_i & i = NB + 1, \dots, NB + NK; t = 1, \dots, NBH + 2 \\ x_{i,1} &= A_i & i \in \{NB + 1, \dots, NB + NK\} \end{aligned}$$

Die Festlegung der Kapazitätsrestriktionen zum Zeitpunkt $NBH + 2$ ist notwendig, da die Zustandsvariable zu diesem Zeitpunkt mit in die Massenbilanzgleichungen

⁸Liegt eine Steuerungseinrichtung vor, so muß diese und die zugehörige Haltung zusammen als Bogen aufgefaßt werden.

⁹Inwieweit das Optimierungsverfahren diesen Fall bearbeiten kann, wurde nicht ausgetestet.

der Knoten (siehe Abschnitt 3.3) zum Zeitpunkt $NBH + 1$ und somit in das Steuerungsproblem einfließen. Das maximale Speichervolumen sollte die maximal mögliche Einstaukapazität des Knotens beinhalten. Ferner ist die Angabe eines minimalen Speichervolumens (≥ 0) zum Beispiel für die Kläranlage wichtig, um den Erhalt der Biozönose zu garantieren.



Abb. 3.2: Konfigurationen für eine Entlastungsstelle

Die meisten Knoten besitzen eine Entlastungsleitung (Überlaufleitung) $B1$ in den Vorfluter, evtl. mit einer Steuerungseinrichtung. Diese Leitung wird durch einen Bogen repräsentiert, wobei das darin abtransportierte Wasser im Gegensatz zum Überstaufall (Überflutung) nicht wieder dem System zugeführt wird. Soll nun der Vorfluter selbst mit in das Steuerungsproblem einfließen, so muß ein Knoten $KENT$ als Entlastungsstelle angefügt werden. Die maximale Speicherkapazität dieses Entlastungsknotens sollte sehr groß gewählt werden.

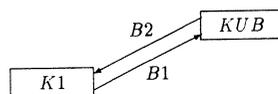


Abb. 3.3: Konfiguration für eine Überstaustelle

Eine ähnliche Konfiguration wird erstellt, wenn für den betrachteten Knoten eine Überstaumöglichkeit vorgesehen werden soll. Dazu werden diesem Knoten zwei zusätzliche Bogen und ein "Überstauknoten" angefügt. Das bei Überflutung abgeschlagene Wasser wird in übertragenem Sinn durch den ersten Bogen $B1$ in den Überstauknoten KUB transportiert, dort zwischengespeichert und zu einem späteren Zeitpunkt durch den zweiten Bogen $B2$ wieder dem System zugeführt. Das durch den zweiten Bogen fließende Wasser kann jedoch auch durch Verbindung mit einem

anderen Knoten wieder dem System zugeführt werden. Zu beachten ist dabei, daß die maximale Kapazität des Überstauknotens groß genug gewählt werden sollte und die beiden Bogen als Steuerungsorgane aufzufassen sind.

3.3 Dynamische Randbedingungen

Nachdem das reale System auf ein Ersatzsystem mit wenigen wesentlichen Komponenten reduziert worden ist, soll in diesem Abschnitt die Systemdynamik behandelt werden.

Die bisher ermittelten Randbedingungen der Systemkomponenten konnten als lineare Beschränkungen für das Steuerungsproblem ausgedrückt werden. Eine zu allgemeine, nichtlineare Formulierung aller Restriktionen würde einen komplexen mathematischen, ggf. weniger effizienten Optimierungsalgorithmus mit höherem Rechenaufwand zur Strategiebestimmung benötigen. Daher werden lediglich Optimierungsprobleme und -verfahren für lineare Randbedingungen behandelt.

Wasserwirtschaftliche Speicher dienen zum Ausgleich von Wasserangebot und Wasserbedarf und im engeren Sinne zum Ausgleich zwischen ihrem Zufluß und Abfluß (Kontinuitätsgesetz). Wie im letzten Abschnitt gezeigt worden ist, werden die hydraulischen Gesetzmäßigkeiten der Bogen unter gewissen Annahmen vereinfacht, um eine lineare Formulierung und eine kontinuierliche Sollwertbestimmung zu ermöglichen. Unter denselben Voraussetzungen kann auf Grundlage der Kontinuitätsgleichung bei der Simulation eines Speicherbetriebes der Vorgang der Speicherbefüllung und -entleerung mittels einer linearen Massenbilanzgleichung rechnerisch nachvollzogen werden. Aus den Bilanzgleichungen für jeden Knoten erhält man die dynamischen Randbedingungen:

$$x_{i,t+1} = x_{i,t} + \sum (\text{Zuflüsse zum Zeitpunkt } t) - \sum (\text{Abflüsse zum Zeitpunkt } t) \\ (i = NB + 1, \dots, NB + NK; t = 1, \dots, NBH).$$

Mit diesen Gleichungen ergibt sich eine räumliche und zeitliche Kopplung der Zustandsvariablen für das Steuerungsproblem. Weiterhin muß vorausgesetzt werden, daß die Sollwerte der Bogen und Knoten zu allen Zeitpunkten nicht negativ werden dürfen (Festlegung der minimalen Kapazitätsgrenzen). Mit dieser Nichtnegativitätsbedingung und den durch die Massenbilanzgleichungen der Knoten erzeugten Verknüpfungen der Systemkomponenten ist eine eindeutige Fließrichtung innerhalb des Ersatzsystems festgelegt. Nichtnegativitätsbedingungen, Anfangsbedingungen, Steuerungs- und Zustandseinschränkungen werden unter dem Begriff statische Randbedingungen zusammengefaßt.

Natürlich muß bei einer solchen gravierenden Vereinfachung der Beschreibung des Entwässerungssystems und seiner Dynamik immer die Gültigkeit der als optimal berechneten Strategie in Frage gestellt werden.

3.4 Systembelastungen

Wird die Steuerungsaufgabe als mathematisches Problem formuliert, so bilden die Systembelastungen (Regenereignisse) einen Teil der Randbedingungen. Für den Fall der Abflußsteuerung mittels Optimierungsverfahren entsprechen die Systembelastungen den externen Zuflüssen zu den Knoten. Dazu werden die Massenbilanzgleichungen der betreffenden Knoten so umgeformt, daß die Zuflußwerte auf der rechten Seite dieser Gleichungen stehen, da sie sich mit jedem neuen Zeitschritt verändern. Diese Modifikation des Steuerungsproblems trägt entscheidend zu einer erfolgreichen Strategiefindung bei. Für eine Simulation sollte deshalb eine Vorhersage des Niederschlagsereignisses existieren, welche die vorherbestimmten Zuflußdaten zu den betreffenden Knoten des Ersatzsystems über die gesamte Belastungszeit liefert. Bei der Formulierung des Steuerungsproblems ist zu beachten, daß abhängig von der Konfiguration des Ersatzsystems eventuell einem Knoten mehrere Zuflußdaten pro Zeitpunkt zugewiesen werden müssen.

Niederschlagsdaten können jedoch weder genau vorhergesagt noch exakt gemessen werden, so daß vorhergesagte Abflüsse fehlerhaft sind. Hinzu kommt außerdem, daß die Modelle zur Abflußbildung und -konzentration Prozeßvereinfachungen darstellen, wobei zahlreiche der großen Anzahl von Modellparametern nicht genau bekannt sind. Das Optimierungsverfahren geht allerdings von einer perfekten Zuflußvorhersage aus, d.h. die vorhergesagten Zuflüsse entsprechen den aktuellen, als korrekt angenommenen Zuflüssen zum System. Sind Zuflußvorhersagedaten bekannt, so müssen sie für alle Zeitschritte des betrachteten Steuerungsproblems an die rechte Seite der Massenbilanzgleichungen der entsprechenden Knoten gesetzt werden. Die einzelnen Zuflußganglinien unterscheiden sich durch Faktoren wie Zuflußdauer und -volumen, Spitzenabfluß und Schwerpunktlaufzeit¹⁰.

Ohne Vorhersagen werden von der Optimierungsaufgabe mit Massenbilanzgleichungen statt Gleichungen lediglich suboptimale Sollwerte der Zustandsvariablen berechnet. Durch Vergleichsrechnung läßt sich zeigen, daß ein Nichtberücksichtigen von Zuflußvorhersagen mit einer Zuflußvorhersage identisch Null gleichzusetzen ist. Das Verfahren bestimmt dann für den Fall keiner vorherbestimmten externen

¹⁰Unter Schwerpunktlaufzeit wird die Zeitdifferenz in Minuten zwischen den Schwerpunkten von Effektivniederschlag und Direktabfluß verstanden.

Zuflüsse zum System eine Steuerungsstrategie, welche die wirklichen Regenereignisdaten unterschätzt und im allgemeinen schlechtere Steuerungseingriffe zur Folge hat.

Doch gerade im Regenwetterbetrieb besteht während der Regenwasserzufuhr die Gefahr, daß die Reinigungsleistung der Kläranlage überfordert werden kann und eine Steuerung durch optimale Sollwerteneinstellung notwendig ist. Daher ist es vorteilhaft, bereits eine nur annähernd zutreffende Zuflußvorhersage zu berücksichtigen. Ferner kann ein zu groß gewählter Optimierungszeitschritt durch eine zu grobe Diskretisierung der Zuflußwelle den Erfolg der Steuerungsstrategie vermindern. Alles in allem ist es also sinnvoll, die Empfindlichkeit und Güte der Steuerungsstrategien hinsichtlich Vorhersage und Vorhersagefehlern zu prüfen. Eine Abschätzung des Fehlereinflusses ist jedoch mit den programmierten Optimierungsverfahren nicht möglich, da bei einer Simulation mit jedem Zeitschritt ein neues Steuerungsproblem gelöst wird, dessen Anfangsrandbedingungen sich aus der Problemlösung zum vorherigen Zeitschritt ergeben und während des Laufes nicht extern modifiziert bzw. berichtigt werden können.

3.5 Steuerungsziele als mathematischer Ausdruck

Um das Steuerungsproblem vollständig formulieren zu können, ist es nun noch erforderlich, das anzustrebende Steuerungsziel des gegebenen Entwässerungssystems festzulegen und zu quantifizieren, d.h. eine Wichtung des gewünschten Abflußverlaufs und seiner Zustände durch Einheitskosten vorzunehmen. In bezug auf das Steuerungsproblem bedeutet dieses, daß jede Systemkomponente des Ersatzsystems mit einer Teilkostenfunktion belegt wird und diese Funktion an allen Zeitpunkten des Berechnungshorizontes gleich ist. Die Summe aller auftretenden Teilkostenfunktionen über den gesamten Berechnungshorizont bildet die Kostenfunktion, welche es durch das entsprechende Optimierungsverfahren unter Berücksichtigung der statischen und dynamischen Randbedingungen zu minimieren gilt.

Wie wir gesehen haben, sollen alle Auswirkungen des Abflußverlaufes, also alle Erträge, Vor- und Nachteile sowie alle Aufwendungen einander gegenübergestellt und hierarchisch gegliedert werden. Für jede Wichtung ist es aber unerläßlich, daß die beteiligten Größen vergleichbar sind, d.h. soweit wie möglich in ein und derselben Maßeinheit, den Einheitskosten, ausgedrückt werden.

Dabei treten eine Reihe von Problemen auf:

- In Entwässerungssystemen können häufig nur einige Teilziele mit direkten, monetären Kosten (z.B. Energieverbrauch der Pumpen) belegt werden. In der Regel entziehen sich aber gerade die ausschlaggebenden Konsequenzen der Erfassung und Bewertung mit Einheitskosten. Sie werden intangibel (engl.: nicht faßbar, immateriell) genannt und müssen ebenfalls mit indirekten, hypothetischen und sozialen Kosten belegt werden. Beispiele: eingestaute Straßenzüge, Verschlechterungen der Wasserqualität in den Vorflutern, Gefährdung von Pflanzen und Tieren, Geruchsbelästigungen, usw.
- Bei der Systemsteuerung müssen gegebenenfalls alternative Auswirkungen gegeneinander abgewogen werden. So ist z.B. eine Beurteilung notwendig, ob kurze, hohe Überlaufzeiten langandauernden, allerdings geringeren Raten vorzuziehen sind.
- Ein weiteres Problem bei der Formulierung der Kostenfunktion besteht darin, daß eine Reihe von Teilzielen miteinander vereinbart werden müssen. Ein Beispiel liefert ein Bogen als Entlastungsleitung mit einer Steuerungseinrichtung, dessen Kostenfunktion sich aus den Betriebskosten für das Steuerungsorgan und den Kosten für die verschlechterte Wasserqualität des Vorfluters zusammensetzen.
- Konkurrierende Teilziele erschweren eine Wichtung der anzustrebenden Steuerungsziele. Ein Beispiel für sich widersprechende Teilziele liefert ein Mischwassersystem. Während dessen Speichervolumen möglichst vollständig ausgenutzt werden sollte, um Überstau zu vermeiden, wächst bei starken Regenereignissen das Risiko einer hydraulischen Überbeanspruchung. Desweiteren erhöht das Teilziel, die Energiekosten der Steuerungseinrichtungen zu sparen, das Risiko einer Überflutung. In derartigen Fällen müssen beste Kompromißlösungen gefunden werden.
- Die Anforderungen an das System und somit die Teilziele müssen aufgrund von Betriebsvorschriften, verändertem Problem- und/oder Umweltbewußtsein modifiziert werden. Solche zeitvarianten Änderungen können eine Neuwichtung zur Folge haben.

Zur Begründung einer Abflußsteuerung spielen hydraulische, betriebliche und gewässergütewirtschaftliche Argumente eine Rolle. Folgende Teilziele können u.a. für wasserwirtschaftliche Steuerungsprobleme angeführt werden:

- Entwässerung, Reduktion der Dauer und Intensität von Überstau
Bei starken Regenereignissen sollten zunächst erst alle Speicherkapazitäten

genutzt werden, bevor es zu Überstau (Rückstau in Kellern, Überschwemmung von Straßenzügen) kommt. Eine Überflutung sollte dann gezielt dort vorgenommen werden, wo der Schaden am geringsten bleibt. In vermaschten Netzen kann diese hydraulische Überlastung z.B. durch gesteuerte Abflußumleitung beseitigt werden.

- Gewässerschutz, Reduktion der Dauer und Intensität von Entlastung
Auch Entlastungen sollten erst bei vollständiger Kapazitätsausnutzung des Netzes eintreten und entsprechend der Sensitivität des aufnehmenden Wassers (Fließgeschwindigkeit, Wassertemperatur, Vorbelastung mit Schmutzstoffen) differenziert bewertet werden. Oft richtet lediglich die Tatsache, daß Entlastung oder auch Überstau stattgefunden hat, beträchtlicheren Schaden an als letztendlich die Menge des entlasteten Wassers. Desweiteren kann die Schadstoffkonzentration des zu entlastenden Mischwassers eine Rolle für die Rangfolge der Entlastungsstellen und somit der festzulegenden Entlastungskosten spielen. Im Extremfall kann es tatsächlich vorkommen, daß der Verschmutzungsgrad des Mischwassers an der Entlastungsstelle niedriger ist als derjenige am Auslaß der Kläranlage. Neben der Wasserqualität stellt die Quantität einen weiteren Bewertungsaspekt für jede einzelne Entlastungsstelle dar. Ist eine kurze, hohe einer langandauernden, geringeren Überlaufzeit vorzuziehen?
- Gleichmäßige Beschickung der Kläranlage
Die Bemessungskapazität der Kläranlage wird durch die Summe aus dem doppelten Schmutzwasserabfluß und dem Fremdwasser dimensioniert. Neben den Vorflutern stellt sie ein Endglied im Entwässerungssystem dar und sollte durch eine dem Bemessungsabfluß entsprechende Zuflußrate gleichmäßig beschickt werden. Eine Überschreitung dieser Rate kann einem Zusammenbruch der Biozönose zur Folge haben, während eine zu geringe Wasserkapazität den Erhalt der Mikroorganismen in Frage stellt. Durch eine lange Periode maximalen Zuflusses kann sich die Reinigungsleistung verschlechtern und zu einem Anwachsen des Verschmutzungsgrades des Kläranlagenausflusses, verursacht durch den austretenden Klärschlamm des Systems, führen.
- Reduktion der Betriebskosten
Als Betriebskosten treten hauptsächlich die Energiekosten der Steuerungseinrichtungen auf, die sich abhängig vom dem Energieverbrauch (und vereinfacht von der Förderleistung) bestimmen lassen. Durch einen optimierten Betrieb kann erreicht werden, daß unnötige, vorschnelle Steuereingriffe vermieden und möglichst gleichmäßige Leistungen erbracht werden.

Weiterhin sind noch die Speicherkosten für die Becken zu nennen. Diese Kosten sollten als Funktion des gespeicherten Volumens für eine gleichmäßige Ausla-

stung der Speicherkapazität im gesamten Netz sorgen. Andererseits können auch die Kosten, die sich aus dem Aufwand für Wartungs- und Pflegearbeiten des Kanalnetzes ergeben, reduziert werden, indem durch im Vergleich niedrigere Kosten z.B. nur eines oder wenige der Becken befüllt werden oder indem sedimentationsgefährdete Sammler gezielt gespült werden.

Nachdem alle Teilziele für die Systemsteuerung festgelegt, hierarchisch gegliedert und quantifiziert worden sind, werden die Teilkostenfunktionen der Systemkomponenten aufgestellt, deren Funktionsform von dem gewählten Optimierungsverfahren abhängt (linear, quadratisch, nichtlinear,..).

Je mehr Aspekte in das Steuerungsziel einfließen, desto komplexer und schwieriger bestimmbar werden die Teilkostenfunktionen der einzelnen Systemkomponenten. Die in dieser Arbeit betrachteten Teilkostenfunktionen sind lediglich von einer Zustandsvariablen der Systemkomponente abhängig, fest bestimmt und an allen Zeitpunkten gleich. Fons Nelen ([14]) hat dagegen ein Modell entwickelt, das die Möglichkeit beinhaltet, die Teilkostenfunktion abhängig vom aktuellen Systemzustand für jede Systemkomponente variabel zu bestimmen, und das basierend auf einer quasilinearen Programmierung mit Berücksichtigung von Wasserqualitäts- und Quantitätsaspekten eine Steuerungsstrategie berechnet.

Die Kostenfunktion des Steuerungsproblems wird nun durch die Summe aller Teilkostenfunktionen über den gesamten Berechnungshorizont gebildet. Wir betrachten zwei verschiedene Formulierungen der Kostenfunktion:

Die **erste Kostenfunktion** ist linear und habe die Gestalt:

$$F(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^{NB} \sum_{t=1}^{NBH+1} c_i x_{i,t} + \sum_{i=NB+1}^{NB+NK} \sum_{t=1}^{NBH+2} c_i x_{i,t} \quad (3.1)$$

mit

NB = Anzahl der Bogen des Ersatzsystems

NK = Anzahl der Knoten des Ersatzsystems

NBH = Berechnungshorizont des Steuerungsproblems

\mathbf{x} = $(x_{1,1}, \dots, x_{NB,NBH+1}, x_{NB+1,1}, \dots, x_{NB+NK,NBH+2})^T$

und

$x_{i,t}$: $\begin{cases} i = \text{Nummer der Ersatzsystemkomponente (intern)} \\ t = \text{Zeitpunkt innerhalb des Steuerungsproblems} \end{cases}$

c_i = Kostenkoeffizient zu der Ersatzsystemkomponente i

Die Kostenfunktion $F(\mathbf{x})$ wird also durch eine Linearkombination der Zustandsvariablen $x_{i,t}$ gebildet, deren Koeffizienten c_i für alle Zeitpunkte t des betrachteten Steuerungsproblems gleich sind und vom Anwender bestimmt werden. Zusammen mit den ermittelten linearen Randbedingungen der Zustandsvariablen bildet diese

Kostenfunktion ein lineares Steuerungsproblem über einen festen Berechnungshorizont NBH , welches mit dem Simplexverfahren von Danzig (siehe Abschnitt 2.2.1) gelöst werden kann.

Die **zweite Kostenfunktion** habe die Gestalt:

$$\begin{aligned} F(\mathbf{x}) = & \sum_{i=1}^{NB} \left(a_i x_{i,1}^{\alpha_i} + b_i x_{i,1}^{\beta_i} - d_i x_{i,1} \right. \\ & + \sum_{t=2}^{NBH} \left(a_i x_{i,t}^{\alpha_i} + b_i x_{i,t}^{\beta_i} \right) \\ & + \left. a_i x_{i,NBH+1}^{\alpha_i} + b_i x_{i,NBH+1}^{\beta_i} + d_i x_{i,NBH+1} \right) \\ & + \sum_{i=1+NB}^{NK+NB} \left(a_i x_{i,1}^{\alpha_i} + b_i x_{i,1}^{\beta_i} - d_i x_{i,1} \right) \\ & + \sum_{t=2}^{NBH+1} \left(a_i x_{i,t}^{\alpha_i} + b_i x_{i,t}^{\beta_i} \right) \\ & + \left. a_i x_{i,NBH+2}^{\alpha_i} + b_i x_{i,NBH+2}^{\beta_i} + d_i x_{i,NBH+2} \right) \end{aligned} \quad (3.2)$$

mit

a_i, b_i, d_i = Kostenkoeffizienten für die Teilkostenfunktion zu der Ersatzsystemkomponente i

α_i, β_i = Exponenten für die Teilkostenfunktion zu der Ersatzsystemkomponente i

$F(\mathbf{x})$ ist also eine Summe von Teilkostenfunktionen F_i der Bogen bzw. Knoten¹¹ zu den Zeitpunkten des betrachteten Steuerungsproblems und jede Teilkostenfunktion lediglich von einer Systemkomponente abhängig:

$$F_i(x_{i,t}) = a_i x_{i,t}^{\alpha_i} + b_i x_{i,t}^{\beta_i} \begin{cases} - d_i x_{i,t} & \text{für } t = 1 \\ + 0 & \text{für } t = 2, \dots, NBH \\ + d_i x_{i,t} & \text{für } t = NBH + 1 \end{cases} \quad (3.3)$$

Auch hier sind die Koeffizienten a_i, b_i, d_i und die Exponenten α_i, β_i einer Systemkomponente zuzuordnen, an allen Zeitpunkten des Steuerungsproblems gleich und vom Anwender festgelegt.

Um große Volumen- bzw. Durchflußschwankungen der Komponenten von einem Zeitpunkt zum nächsten zu verhindern, wurde die Ableitung $\frac{dx_i}{dt}$ mit der Wichtung d_i durch den Differenzenquotienten $d_i \frac{x_{i,t} - x_{i,t-1}}{1}$ für die Zeitpunkte $t = 2, \dots, NBH + 1$ approximiert. Durch Aufsummierung dieser Terme für $t = 2, \dots, NBH + 1$ erhält man letztendlich den Term $-d_i x_{i,1} + d_i x_{i,NBH+1}$ für die zu bestimmende Kostenfunktion, den es also auch zu minimieren gilt. Bei festgelegtem positiven d_i weist

¹¹Liegt als Systemkomponente ein Knoten vor, so muß aufgrund der Massenbilanzgleichungen im folgenden 'NBH' durch 'NBH+1' ersetzt werden.

ein negativer Wert dieses Termes auf eine Durchfluß- bzw. Volumenabnahme. Je größer der Parameter d_i gewählt wird, desto mehr wird die Differenz der Sollwerte der Systemkomponenten zu den Anfangs- und Endpunkten des Steuerungsproblems gewichtet.

Gilt nach Satz 2.2.3:

$$\begin{aligned} & (a_i > 0 \text{ und } \alpha_i \geq 1) \\ \text{oder} & (a_i > 0 \text{ und } \alpha_i \leq 0) \\ \text{oder} & (a_i < 0 \text{ und } 0 < \alpha_i < 1), \end{aligned}$$

so ist $a_i x_{i,t}^{\alpha_i}$ ($x \in \mathbb{R}_+$, t beliebig) eine konvexe, ansonsten eine konkave Funktion. Dasselbe gilt für $b_i x_{i,t}^{\beta_i}$. Der Term $d_i x_{i,t}$ ist linear und somit sowohl konvex als auch konkav. Jede Teilkostenfunktion $F_i(x_{i,t})$ muß dann als Linearkombination von konvexen Funktionen ebenfalls konvex bzw. als Linearkombination konkaver Funktionen konkav sein.

Die gesamte Kostenfunktion als Summe dieser konvexen und konkaven Teilfunktionen bildet zusammen mit den linearen Randbedingungen das zweite Steuerungsproblem, welches durch die spezielle Branch-and-Bound-Methode aus Abschnitt 2.3.1 gelöst werden kann.

Indem nun eine allgemeinere, nichtlineare Formulierung der Kostenfunktion möglich ist, kann vielen Vereinfachungen der linearen Steuerungsaufgabe entgegengewirkt werden. Mit der zweiten Kostenfunktionsvariante wird versucht, eine bessere Darstellung des Entwässerungssystems und seines dynamischen Verhaltens sowie eine realistischere Bewertung der Teilziele zu erhalten. Zum Beispiel kann eine bessere Realisation der Wasserstands-Durchfluß-Beziehung im Bogen implizit durch die Kosten erfolgen. Dazu wurden beide Verfahren, das Simplexverfahren und die Branch-and-Bound-Methode, auf einem Mikrocomputer mit Coprozessor programmiert und auf ein synthetisches Kanalnetz angewendet.

Zur Bestimmung der willkürlich festlegbaren Parameter der Kostenfunktionen wird folgende Vorgehensweise empfohlen:

1. Bei der Branch-and-Bound-Methode sollten erst die Exponenten entsprechend den zu quantifizierenden Teilzielen der betreffenden Systemkomponente festgelegt werden.
2. Aus den Definitionsbereichen $[l_i, L_i]$ (siehe Randbedingungen) bestimmt man die Bereiche $[l_i^{\alpha_i}, L_i^{\alpha_i}]$ und $[l_i^{\beta_i}, L_i^{\beta_i}]$ für das zweite Problem. Bei dem Simplexverfahren sind diese Bereiche identisch.

3. Nun werden die Koeffizienten a_i, b_i , ggf. d_i bzw. c_i festgelegt. Entscheidend ist dabei nicht die genaue Höhe der Einheitskosten, sondern die relativen Kostenunterschiede bei der Nichterfüllung von Teilzielen verschiedener Priorität. Zu berücksichtigen sind dabei die schon bestimmten maximalen Kosten der Systemkomponenten. Gegebenenfalls müssen jetzt noch Änderungen durchgeführt werden. Unter anderem ist dabei zu beachten, daß

- höhere Kosten für die Speicherung als den Abflußtransport, und somit für die Knoten statt Bogen angesetzt werden,
- eine leichte Priorität für die Knoten und Bogen im unteren Teil des Ersatzsystems berücksichtigt wird, und daß
- für Entlastung und Überstau abhängig von der Empfindlichkeit des Vorfluters die höchsten Kosten festgelegt werden.

Die zweite Kostenfunktion ermöglicht erhebliche Freiheiten bei der Formulierung im Hinblick auf das Steuerungsproblem. Ferner kann auch jedes lineare Optimierungsproblem durch das Branch-and-Bound-Verfahren gelöst werden.

Ein Beispiel für die Möglichkeiten der zweiten Kostenfunktion liefern Entlastungsstellen (siehe Abb. 3.2). Bei der zweiten Konfiguration kann dem Entlastungsbogen ein quadratischer Energiekostenterm (konvex) zugewiesen und zusätzlich noch versucht werden, das hydraulische Verhalten im Bogen zu realisieren. Dem Entlastungsknoten wird ein konkaver Entlastungskostenterm zugeordnet, da schon kleine Entlastungen beträchtlichen Schaden anrichten und diese Kosten relativ unabhängig von der entlasteten Wassermenge sind.

Bei der zweiten Konfiguration müssen dem Entlastungsbogen Energie- und Entlastungskosten zugeordnet werden. Hier muß man beachten, daß die dadurch definierte Kostenfunktion entweder konvex oder konkav zu sein hat.

Soll eine Überstaumöglichkeit im Ersatzsystem vorhanden sein (siehe Abb. 3.3) so müssen dem fiktiven Überstauknoten der entsprechend hohe Überstaupreis und den beiden Bogen intangible Kosten zugewiesen werden. Der für die Rückführung des Wassers zuständige Bogen sollte dabei niedrigere Kosten erhalten.

Ein weitere Möglichkeit besteht darin, weder Entlastungs- noch Überstaustellen zu realisieren, sondern die maximale Speicherkapazität des überlastungsgefährdeten Knotens höher als real möglich anzusetzen und die zugehörige Kostenfunktion geschickt zu wählen. Die Menge des abgeschlagenen Wassers ergibt sich aus der Differenz des durch die Optimierung berechneten Volumens im Knoten und der realen maximalen Speicherkapazität. Eine Bilanzierung zwischen Überstau und Entlastung ist dann jedoch nicht möglich.

Die Formulierung der zweiten Kostenfunktion stößt jedoch an ihre Grenzen, wenn man z.B. ein Wehr realisieren will.

Wehre dienen zum Einstau von Abwasser in Becken oder Sammlern. Betrachte folgende Konfiguration:

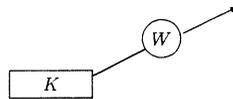


Abb. 3.4: Konfiguration für ein Wehr

An einem Wehr gelten besondere hydraulische Verhältnisse, so daß sein Abflußvermögen in m^3/s in Abhängigkeit von mehreren Faktoren (Überfallhöhe, Form und Beschaffenheit der Wehrkrone u.a.) berechnet werden muß. Eine allgemeine Durchflußbestimmung erhält man aus:

$$b_K (x_{K,t} - c_K)^{\beta_K}.$$

Becken und anschließendes Wehr bilden zusammen den zu minimierenden Kostenfunktionsterm:

$$b_K |(x_{K,t} - c_K)_+^{\beta_K} - x_{W,t}| \rightarrow 0 \quad (3.4)$$

mit

- $x_{K,t}$ = Volumen im Becken zum Zeitpunkt t
- $x_{W,t}$ = Durchfluß im Wehr zum Zeitpunkt t
- c_K = Schwellenhöhe für den Wasserstand im Becken
- β_K = Überfallexponent, abhängig vom Wehrtyp (meist 1,5; 1,66)
- b_K = Überfallbeiwert, ermittelbar aus den örtlichen Verhältnissen (Wehrbreite, Oberfläche, ..), und einer Wichtung für die Nachbildung der hydraulischen Verhältnisse.

Durch

$$(x_{K,t} - c_K)_+ = \begin{cases} 0 & \text{für } x_{K,t} \leq c_K \\ x_{K,t} - c_K & \text{sonst} \end{cases}$$

soll ermöglicht werden, daß die Kosten bei Überschreitung der Schwellenhöhe c_K sehr groß werden (aus (3.4) folgt dann: Wehrzustand $x_{W,t} > 0$) und im anderen Fall null (nun folgt aus (3.4): $x_{W,t} = 0$). Obwohl der Term $x_{K,t} - c_K$ zur Darstellung des

hydraulischen Verhaltens eines Wehres ursprünglich als Bestandteil der Kostenfunktion vorgesehen war, konnte der Kostensprung nicht realisiert werden, so daß dieser Term wieder eliminiert wurde.

$$\begin{aligned} x_{K,t} - c_K - x_{W,t} &\rightarrow \text{Min.} && \Rightarrow x_{K,t} \rightarrow 0 \quad \text{und} \quad x_{W,t} \rightarrow L_W \\ \text{oder: } -x_{K,t} + c_K + x_{W,t} &\rightarrow \text{Min.} && \Rightarrow x_{K,t} \rightarrow L_K \quad \text{und} \quad x_{W,t} \rightarrow 0 \end{aligned}$$

Desweiteren konnte keine befriedigende Umformulierung des absoluten Kostenfunktionsterms (3.4) (Widerspruch zur Funktion eines Wehres, siehe oben) und keine geeignete Aufspaltung in verschiedene Teilfunktionen gefunden werden. Lediglich Änderungen im Verfahren stellen eine (allerdings nicht verwirklichte) Möglichkeit dar, indem zum Beispiel der Term (3.4) ohne Betragstriche erst in die Kostenfunktion eingefügt wird, sobald das Beckenvolumen die Schwellenhöhe überschritten hat. Auch eine radikal vereinfachte Darstellung mit $x_{W,t} = b_K (x_{K,t} - c_K)$ als neue lineare Randbedingung liefert keine Lösung. Da der Wehrdurchfluß $x_{W,t}$ nicht negativ werden kann, wird bei jedem positiven $x_{W,t}$ und b_K das Beckenvolumen $x_{K,t}$ niemals die Schwellenhöhe c_K unterschreiten können, während für $b_K < 0$ immer $x_{K,t} \leq c_K$ gilt.

Wenn auch die Kostenfunktion für das Steuerungsproblem eindeutig festgelegt worden ist, kann nicht garantiert werden, daß die als optimal berechneten Sollwerte der Zustandsvariablen die beste Steuerungsstrategie für das betrachtete Kanalnetz darstellen. Aufgrund den prinzipiell willkürlich bestimmten, ggf. vereinfachten Teilfunktionen und den Problemen bei der Wichtung und Quantifizierung der Teilziele sind bei Anwendung des Optimierungsverfahrens hinsichtlich der Kostenfunktion Sensitivitätsanalysen sinnvoll. Außerdem ist zu beachten, daß die hierarchische Gliederung der angestrebten Teilziele entscheidend von dem Standpunkt und der Blickrichtung des Betrachters abhängt.

Kapitel 4

Anwendung der Optimierungsverfahren auf ein synthetisches Kanalnetz

In diesem Kapitel werden die Anwendungsmöglichkeiten und -probleme der mathematischen Steuerungsoptimierung anhand eines Entwässerungssystems erläutert. Hierzu wurde ein synthetisches Kanalnetz gewählt, da geeignete und notwendige Voraussetzungen für eine Verbundsteuerung sowie für die Erstellung des Steuerungsproblems einfach realisiert werden können.

4.1 Systembeschreibung

Bei dem zu steuernden Kanalnetz handelt es sich um ein fiktives System, welches eine Fläche von ca. 400 ha entwässert und Zuflußdaten aus 4 Einzugsgebieten erhält. Dieses allerdings leicht modifizierte Netz wurde bereits mit Hilfe eines selbstadaptierenden, regelbasierten Systems gesteuert (siehe [6]).

Abbildung 4.1 liefert eine allgemeine Kanalnetzdarstellung und Anlage 1 enthält eine EXTRAN¹ - Darstellung sowie eine von EXTRAN benutzte Datei zur Modellbeschreibung des Systems, welche die Grundlage für die Ermittlung des Steuerungspotentials liefert. Desweiteren diente diese Beschreibung zum Aufbau des Ersatzsystem und zur Festlegung der Randbedingungen des Steuerungsproblems.

Einschließlich des verdeckten Speichervolumens der Sammler beläuft sich die gesamte Netzkapazität auf ca. 32000 m³, wovon mit 25000 m³ mehr als die Hälfte dieses Volumens auf die Schächte entfällt. Alle Sammler weisen nur ein geringes Gefälle auf, so daß sämtliches Abwasser gepumpt werden sollte. Mit Ausnahme von Pumpe 8 sind alle Pumpen fähig, die angrenzenden Schächte innerhalb von 30 Minuten zu

befüllen bzw. entleeren. Diese Tatsache ermöglicht zusammen mit der ausreichenden Speicherkapazität eine kurze Reaktionszeit des Netzes und eine flexible Steuerbarkeit für den Abflußtransport. Um eine gute Reinigungsleistung zu gewährleisten, wurde der Kläranlage ein Speichervolumen von 5000 m³ zugewiesen und die Leistung von Pumpe 8 auf die doppelte Zuflußmenge bei Trockenwetterbetrieb der Kläranlage begrenzt. Als Endglieder des Netzes wurden 5 Auslässe implementiert, die steuerbar (Pumpen) oder nicht steuerbar (Wehre) für die Emissionen des gereinigten oder ungereinigten Wassers zuständig sind.

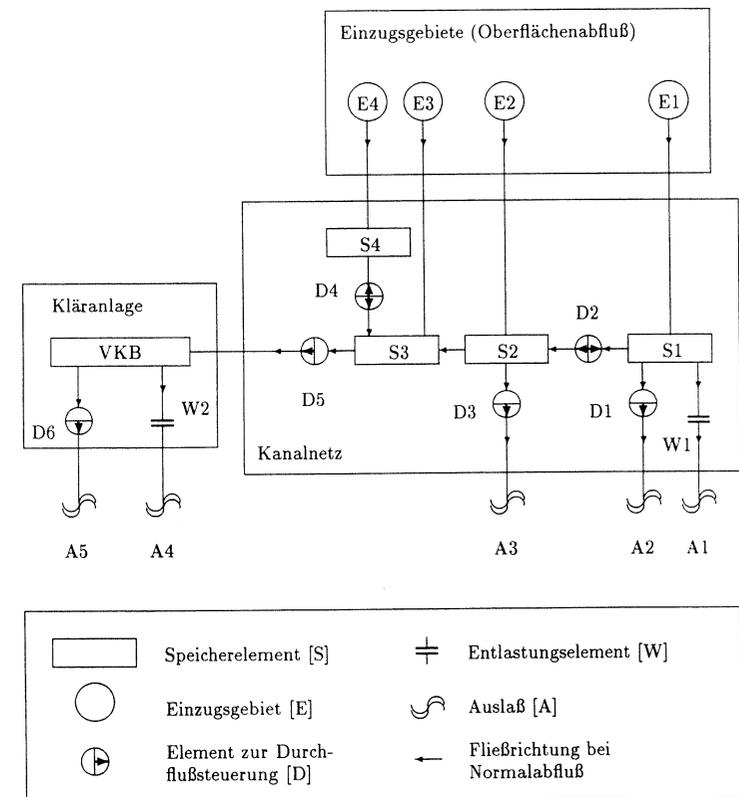


Abb. 4.1: Allgemeine Darstellung des synthetischen Kanalnetzes

¹u.a. im IWH benutztes, gängiges hydrodynamisches Abwassertransportmodell

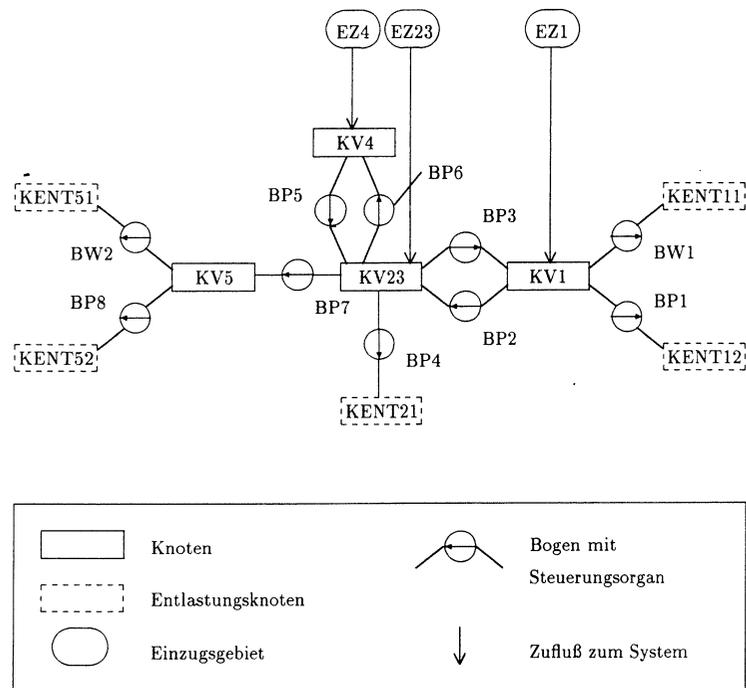


Abb. 4.2: Darstellung des Ersatzsystems

4.2 Steuerungsaufgabe als Optimierungsproblem

4.2.1 Modellbildung und Randbedingungen

In diesem Abschnitt wird das Ersatzsystem, das Knoten - Bogen - Netz, als Grundlage des Steuerungsproblems vorgestellt. Da das in Abbildung 4.1 dargestellte synthetische Netz bereits alle erforderlichen Voraussetzungen für eine Abflußsteuerung beinhaltet, waren keine großen Vereinfachungen zu einem weniger umfangreichen Netz notwendig. Eine Darstellung des Ersatzsystems liefert Abbildung 4.2.

Lediglich die Speicherelemente S2 und S3 wurden zu einem Knoten KV23 zusammengefügt, da der dazwischenliegende Sammler nur geringes Sammlergefälle aufwies und keine Steuerungseinrichtung besaß. Diesem Knoten mußte daher die Summe der Zuflußdaten aus den Einzugsgebieten EZ2 und EZ3 zugeordnet werden, so daß sich die Anzahl der Einzugsgebiete für das Ersatznetz auf 3 beläuft.

Das entwickelte Ersatzsystem besteht nun aus 10 Bogen und maximal 9 Knoten (4 innere Knoten und 5 Entlastungsknoten). Wie in Abschnitt 3.2 gezeigt worden ist, kann eine Entlastungsstelle durch einen Bogen plus Knoten oder lediglich durch einen Entlastungsbogen konfiguriert werden, wodurch dann die Knotenanzahl auf 4 reduziert werden muß. Die Höhe der entlasteten Wassermenge erhält man aus der Summe der Durchflüsse der Entlastungsbogen. Die Kläranlage VKB entspricht dem Knoten KV5 und der Kläranlagenausfluß sollte in den Vorfluter KENT52 münden. Ferner muß beachtet werden, daß keine Überstaustellen vorgesehen sind. Bei einem starken Regenereignis kann in dem Fall nur über die 4 Entlastungsstellen (ohne KENT52) ungereinigtes Wasser abgeschlagen werden.

Nachdem die 19 Systemkomponenten bestimmt worden sind, müssen im nächsten Schritt die physikalischen Randbedingungen ermittelt werden. Dazu wird der Systemzustand durch den Durchfluß und das Volumen beschrieben und ein Rechenzeitschritt Δt für die nachfolgende Optimierung aufgrund der schnellen Reaktionszeit des synthetischen Kanalnetzes mit 5 Minuten festgelegt. Das vollständig eingestaute System benötigt demnach maximal 135 Zeitschritte zur Entleerung über die Kläranlage. Für alle Bogen des Ersatzsystems ergibt sich aus dieser Zeitschrittlänge eine Fließzeit von einem Zeitschritt. Der Parameter NBH legt den Berechnungshorizont für das aufzustellende Steuerungsproblem fest.

Aus der EXTRAN - Beschreibung erhalten wir die Anfangsbedingungen:

$$\begin{aligned}
 BP2_1 &= 0,03 \text{ m}^3/\text{s} = 9 \text{ m}^3/\Delta t, \\
 BP5_1 &= 0,03 \text{ m}^3/\text{s} = 9 \text{ m}^3/\Delta t, \\
 BP7_1 &= 0,39 \text{ m}^3/\text{s} = 117 \text{ m}^3/\Delta t, \\
 BP8_1 &= 0,39 \text{ m}^3/\text{s} = 117 \text{ m}^3/\Delta t, \\
 KV23_1 &= 620 \text{ m}^3, \\
 KV5_1 &= 1150 \text{ m}^3, \\
 KENT52_1 &= 240 \text{ m}^3
 \end{aligned} \quad (4.1)$$

und die minimalen und maximalen Durchflußbeschränkungen² der Bogen für die Zeitpunkte $t = 1, NBH + 1$:

$$\begin{aligned}
 0,00 \text{ m}^3/\text{s} &\leq BP1_t \leq 4,00 \text{ m}^3/\text{s}, \\
 0,00 \text{ m}^3/\text{s} &\leq BW1_t \leq 6,50 \text{ m}^3/\text{s}, \\
 0,03 \text{ m}^3/\text{s} &\leq BP2_t \leq 4,00 \text{ m}^3/\text{s}, \\
 0,00 \text{ m}^3/\text{s} &\leq BP3_t \leq 4,00 \text{ m}^3/\text{s}, \\
 0,00 \text{ m}^3/\text{s} &\leq BP4_t \leq 4,00 \text{ m}^3/\text{s}, \\
 0,03 \text{ m}^3/\text{s} &\leq BP5_t \leq 4,00 \text{ m}^3/\text{s}, \\
 0,00 \text{ m}^3/\text{s} &\leq BP6_t \leq 4,00 \text{ m}^3/\text{s}, \\
 0,39 \text{ m}^3/\text{s} &\leq BP7_t \leq 4,00 \text{ m}^3/\text{s}, \\
 0,39 \text{ m}^3/\text{s} &\leq BP8_t \leq 0,80 \text{ m}^3/\text{s}, \\
 0,00 \text{ m}^3/\text{s} &\leq BW2_t \leq 6,50 \text{ m}^3/\text{s}.
 \end{aligned} \quad (4.2)$$

sowie die minimalen und maximalen Beschränkungen der Speichervolumen der Knoten für die Zeitpunkte $t = 1, NBH + 2$:

$$\begin{aligned}
 0,00 \text{ m}^3 &\leq KV1_t \leq 5000,00 \text{ m}^3, \\
 0,00 \text{ m}^3 &\leq KV23_t \leq 10000,00 \text{ m}^3, \\
 0,00 \text{ m}^3 &\leq KV4_t \leq 5000,00 \text{ m}^3, \\
 100,00 \text{ m}^3 &\leq KV5_t \leq 5000,00 \text{ m}^3, \\
 0,00 \text{ m}^3 &\leq KENT11_t \leq 10000,00 \text{ m}^3, \\
 0,00 \text{ m}^3 &\leq KENT12_t \leq 10000,00 \text{ m}^3, \\
 0,00 \text{ m}^3 &\leq KENT21_t \leq 10000,00 \text{ m}^3, \\
 0,00 \text{ m}^3 &\leq KENT51_t \leq 15000,00 \text{ m}^3, \\
 0,00 \text{ m}^3 &\leq KENT52_t \leq 35000,00 \text{ m}^3.
 \end{aligned} \quad (4.3)$$

Die beiden Wehre werden also als steuerbare Elemente aufgefaßt und ihre maximale Kapazität mit $6,50 \text{ m}^3/\text{s}$ festgelegt. Die minimale Kapazitätsbeschränkung 0 braucht für die Definition des Steuerungsproblems nicht explizit angegeben werden.

²Multipliziert mit $5 * 60$ ergeben sich aus den angegebenen Werten die Durchflußwerte pro Zeitschritt ($\text{m}^3/\Delta t$).

Aufgrund der zu entlastenden Wassermenge muß die maximale Speicherkapazität der Entlastungsknoten so hoch angesetzt werden.

Die dynamischen Randbedingungen der inneren Knoten³ für $t = 1, \dots, NBH + 1$ sind:

$$\begin{aligned}
 KV1_{t+1} - KV1_t + BP1_t + BW1_t + BP2_t - BP3_t &= EZ1_t, \\
 KV23_{t+1} - KV23_t - BP2_t + BP3_t - BP4_t & \\
 - BP5_t + BP6_t + BP7_t &= EZ23_t, \\
 KV4_{t+1} - KV4_t + BP5_t - BP6_t &= EZ4_t, \\
 KV5_{t+1} - KV5_t - BP7_t + BP8_t &= 0.
 \end{aligned} \quad (4.4)$$

Für die Entlastungsknoten gilt für $t = 1, \dots, NBH + 1$ lediglich:

$$\begin{aligned}
 KENT11_{t+1} - KENT11_t - BW1_t &= 0, \\
 KENT12_{t+1} - KENT12_t - BP1_t &= 0, \\
 KENT21_{t+1} - KENT21_t - BP4_t &= 0, \\
 KENT51_{t+1} - KENT51_t - BPW_t &= 0, \\
 KENT52_{t+1} - KENT52_t - BP8_t &= 0.
 \end{aligned} \quad (4.5)$$

Aufgrund der Speicherintensität der beiden Optimierungsprogramme konnte eine optimale Steuerungsstrategie lediglich durch Steuerungsprobleme mit maximalem Berechnungshorizont 4 berechnet werden. Die folgende Tabelle zeigt, daß sich die Anzahl der Randbedingungen linear mit dem Berechnungshorizont erhöht:

	NBH	1	2	3	4
mit Entlastungsknoten		83	116	149	182
ohne Entlastungsknoten		57	80	103	126

Tab. 4.1: Anzahl der Randbedingungen pro Berechnungshorizont

Die Zulässigkeit der in diesem Abschnitt gemachten Systemvereinfachungen muß offensichtlich vorausgesetzt werden, da es sich bei dem betrachteten Entwässerungssystem um ein fiktives Netz handelt und somit keine reale Prüfung möglich ist. Eine realitätsnahe Simulation mit Hilfe eines hydrodynamischen Abflußmodells (z.B. EXTRAN) wurde nicht verwirklicht.

³Unter dem Begriff innere Knoten sind alle Knoten mit Ausnahme der Entlastungsknoten zu verstehen.

4.2.2 Wahl der Regenereignisse

Die Regenereignisse als Belastungsfälle beeinflussen entscheidend die Bestimmung der optimalen Steuerungsstrategie für das betrachtete Ersatzsystem, da die Regen-zuflußdaten die rechte Seite der dynamischen Randbedingungen (4.4) bilden. Für das gesamte Kanalnetz wird eine gleichmäßige Überregnung angenommen, so daß auch ohne Steuerung aufgrund der Konfiguration des Netzes eine gute Nutzung der Kapazitäten und keine lokale Überlastung möglich sein müßte. Zu beachten ist, daß den Knoten KV1 und KV4 die gleiche Zuflußmenge zugeordnet wird, während KV23 bei doppeltem Speichervolumen aufgrund der Konfiguration des Ersatzsystems auch die doppelte Zuflußmenge, die Summe aus EZ2 und EZ3, erhält.

Für die Steuerungsoptimierung wurden folgende Regenereignisse konstruiert:

Nr.	Dateiname	Regen-summe [mm]	Zufluß-dauer [min]	Gesamtzufluß zum Netz [m ³]	Spitzenzu-flußrate [m ³ /Δt]	Fließzeit-parameter α _u [min]
1	Wel0_11.dat	12,0	195	19270,94	1389,72	11
2	Wel1_0.dat	15,0	26	30013,97	4901,90	0
3	Wel1_20.dat	15,0	104	29998,64	2485,45	20
4	Wel1_30.dat	15,0	143	29998,51	1901,75	30
5	Wel2_20.dat	16,5	104	32998,89	2753,93	20
6	Wel2_30.dat	16,5	143	32998,66	2102,43	30

Tab. 4.2: Charakteristiken der Regenereignisse

Diese sechs Ereignisse unterscheiden sich durch die Charakteristiken des Niederschlags (Regensumme, Regendauer) und durch die Charakteristiken des Einzugsgebietes (Zuflußvolumen, Zuflußdauer und Fließzeitparameter α_u). Die Regendauer beläuft sich mit Ausnahme des ersten Ereignisses (hier 40 Min.) auf 30 Minuten. Ihnen liegen folgende drei Niederschlagsverteilungen zugrunde:

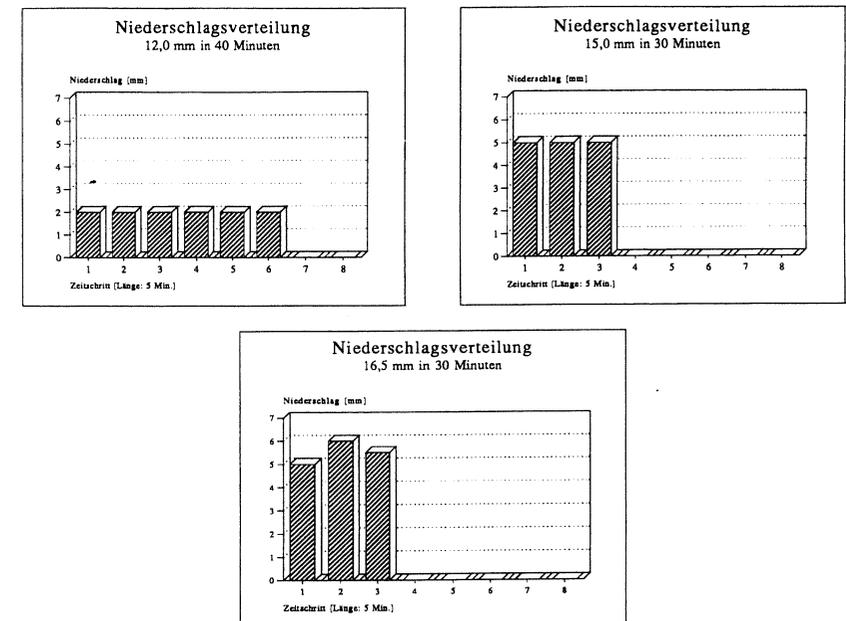


Abb. 4.3: Darstellung der Niederschlagsverteilungen

Für die ersten vier Regenereignisse liegt die zufließende Wassermenge unter der gesamten Netzkapazität. Dem ersten Regenereignis liegt ein mittlerer abflußwirksamer Niederschlag zugrunde, womit unter Beachtung der Steuerungsziele eine optimale Steuerungsstrategie ohne große Schäden relativ einfach bestimmt werden müßte und das grundlegende Systemverhalten verdeutlicht werden kann.

Die Regenereignisse mit Nummer 2, 3 und 4 erfordern dagegen eine sehr gute Steuerungsstrategie, da die Zuflußmenge nur wenig unter der Netzkapazität liegt und Entlastungen unvermeidbar sein können. Diese Ereignisse unterscheiden sich lediglich in ihrer Schwerpunktlaufzeit, d.h. in der Zeitdifferenz zwischen den Schwerpunkten von Effektivniederschlag und Direktabfluß zum Entwässerungssystem. Zur Bestimmung der Schwerpunktlaufzeit ist der Fließzeitparameter ausschlaggebend (siehe HYSTEM/EXTRAN- Dokumentation [5]). Je größer der Wert dieses Parameters ist, desto geringer ist die Spitzenzuflußrate und desto größer die Zuflußdauer. Der Einfluß dieses Parameters wird durch die Zuflußganglinien der drei Ereignisse deutlich.

Die letzten beiden Ereignisse müssen aufgrund ihrer Zuflußmenge eine Überlastung des Netzes und somit Entlastungen zur Folge haben. Auch hier liegt der Unterschied

in der Schwerpunktlaufzeit. Als Eingangsdaten für die Simulation des Abflußprozesses können diese sechs Regenereignisse die Beanspruchung der Speicherkapazität des synthetischen Netzes unter verschiedenen Verhältnissen aufzeigen.

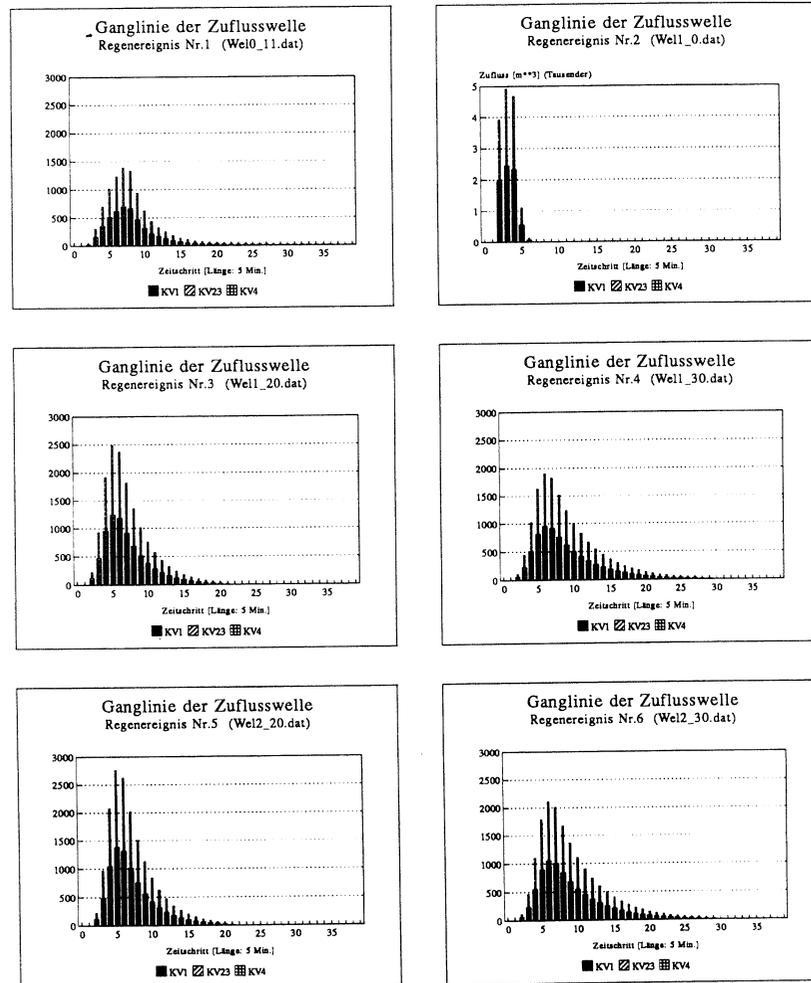


Abb. 4: Darstellung der Zuflußganglinien der Regenereignisse

4.2.3 Kostenfestlegung

In diesem Abschnitt werden die Kostenfunktionen der einzelnen Systemkomponenten entsprechend den Steuerungszielen zur Bestimmung der Steuerungsstrategie ermittelt. Die Anforderungen an diese Strategie für das synthetische Kanalnetz umfassen Gewässerschutz und Betriebskostenreduzierung. Es ergibt sich grob die Prioritätenreihenfolge:

- Vermeide Regenentlastungen
- Vermeide eine Beschickung der Becken
- Vermeide einen Rückhalt des Abwassers im Sammlersystem.

Wenn die freie Stauraumkapazität in den Sammlern die ankommende Zuflußmenge nicht aufnehmen kann, muß eine Befüllung der Becken und gegebenenfalls eine Entlastung in Betracht gezogen werden. Die Funktionen des Entwässerungssystems in der Reihenfolge, das Wasser abzutransportieren, zu speichern und zu entlasten, liegen demnach der quantitativen Kostenfestlegung zugrunde. Entscheidend sind dabei die relativen Kostenunterschiede bei Nichterfüllung von Teilzielen verschiedener Priorität. Für das Simplexverfahren bedeutet dieses, daß sich die Einheitskosten von Teilzielen verschiedener Priorität um ca. eine Größenordnung unterscheiden. Eine differenzierte Betrachtung der Systemkomponenten in Hinblick auf die Kostenfestlegung sollte nun vorgenommen werden.

Die inneren Bogen⁴ dieses Ersatzsystems sind für den Abwassertransport zuständig. Die Energiekosten nehmen mindestens linear mit der Förderleistung der Pumpen zu. Für die nichtlineare Kostenfunktion (3.2) ergibt sich allgemein folgende konvexe Teilkostenfunktion:

$$F_{BP}(BP_i) = a_{BP} BP_i^2.$$

Für den "normalen" Transportweg sollte berücksichtigt werden, daß die Pumpen im unteren Teil des Systems niedrigere Kostenkoeffizienten erhalten:

$$a_{BP8} < a_{BP7} < a_{BP2} < a_{BP5}$$

Um unnötigen Pumpenbetrieb in höherliegende Becken zu vermeiden, muß weiterhin gelten:

$$a_{BP3} > a_{BP2} \text{ und } a_{BP6} > a_{BP5}.$$

Eine gleichmäßige Pumpleistung wird durch Bestimmung des Koeffizienten d_{BP} für den zusätzlichen Term $d_{BP} BP_i$ gefordert. Der Kläranlagenausfluß drückt symbolisch

⁴Damit sind nicht die Bogen für die Mischwasserentlastung gemeint.

als Pumpleistung des Bogens BP_8 die Reinigungsleistung aus und sollte natürlich keine Kosten erzeugen ($a_{BP_8} = 0$), um eine Entleerung des Systems zu gewährleisten.

Die Speicherkosten als intangible Kosten für die inneren Knoten werden bei der nichtlinearen Kostenfunktion ebenfalls quadratisch angesetzt, damit eine Becken-vollfüllung vermieden wird, jedoch eine kleine Speicherung zulässig ist:

$$F_{KV}(KV_i) = a_{KV} KV_i^2.$$

Analog zu den Bogen ergibt sich für den "normalen" Transportweg:

$$a_{KV5} < a_{KV23} < a_{KV1} < a_{KV4}$$

Der Knoten $KENT_{52}$ als Auffangbecken des Kläranlagenausflusses erhält den Kostenkoeffizienten $a_{KENT_{52}} = 0$.

Nun müssen noch die Kosten für die Entlastungsstellen bewertet werden. Betrachte zunächst die Konfiguration aus Entlastungsbogen plus -knoten (siehe Abb.3.2). Diesen Bogen werden wie auch den inneren Bogen Energiekosten mit im Vergleich höher bewerteten Koeffizienten zugewiesen.

Der Entlastungsschaden wird durch die Kosten in den Entlastungsknoten entsprechend hoch ausgedrückt. Eine Unterscheidung der Kosten für diese Knoten ergibt sich aus der Sensitivität des Vorfluters:

$$a_{KENT_{51}} < a_{KENT_{21}} < a_{KENT_{11}} \\ \text{und} \quad a_{KENT_{12}} < a_{KENT_{11}}.$$

$KENT_{51}$ und $KENT_{12}$ gelten als relativ unempfindlich.

Für das Branch-and-Bound-Verfahren handelt es sich bei den Teilkostenfunktionen der inneren Bogen und Knoten um konvexe Funktionen. Dies trifft auf die Entlastungsstellen nicht mehr zu. Da schon bei kleinen Entlastungen die Umweltschäden beträchtlich sein können und die Kosten relativ unabhängig von der Höhe der entlasteten Wassermenge sind, werden die Entlastungskosten durch konkave Funktionen ausgedrückt:

$$F_{KENT}(KENT_i) = a_{KENT} KENT_i^{\frac{1}{5}}.$$

Wird die Entlastungsstelle lediglich durch einen Entlastungsbogen dargestellt, so müssen diesem Bogen Entlastungskosten und Energiekosten zugewiesen werden:

$$F_{BP}(BP_i) = a_{BP} BP_i^{\frac{1}{5}} + b_{BP} BP_i^1$$

oder

$$F_{BP}(BP_i) = a_{BP} BP_i^1 + b_{BP} BP_i^2.$$

Die erste Teilkostenfunktion ist konkav, die zweite dagegen konvex. Die Energiekosten werden jeweils durch den zweiten Term dieser beiden Funktionen ausgedrückt und können aufgrund mangelnder Wichtigkeit gegenüber den Entlastungskosten auch weggelassen werden.

Auch die Entlastungsbogen müssen hinsichtlich der Empfindlichkeit des Vorfluters durch unterschiedliche Kostenterme bewertet werden, um eine gezielte Entlastung zu erreichen:

$$\text{und} \quad a_{BW_2} < a_{BP_4} < a_{BW_1} \\ a_{BP_1} < a_{BW_1}.$$

Bei beiden Konfigurationen der Entlastungsstellen wird die folgende Rangfolge der Teilkosten auf die Gesamtkostenfunktion übertragen:

$$\text{Transportkosten} \leq \text{Speicherkosten} \leq \text{Entlastungskosten}.$$

Eine Überlappung der Teilkosten ergibt sich zwangsläufig für beide Konfigurationen, da die beiden programmierten Algorithmen nicht mit Sprüngen in der Kostenfunktion umgehen können.

Nach diesen Betrachtungen und unter Berücksichtigung der in Abschnitt 3.5 vorgestellten Vorgehensweise zur Festlegung der Kostenfunktionen (3.1) und (3.2) erhalten wir die Tabelle mit den Teilkostenfunktionen der Systemkomponenten:

Name	max.Kap. ^a	Simplex		Branch - and - Bound			
		c	max.Kosten	α	a	max.Kosten	d
BP1	1200	1,00	1200	2	1,00	$1,44 * 10^6$	100
BW1	1950	1,00	1950	2	1,00	$3,80 * 10^6$	0
BP2	1200	0,02	24	2	0,02	28800	10
BP3	1200	1,00	1200	2	1,00	$1,44 * 10^6$	10
BP4	1200	1,00	1200	2	1,00	$1,44 * 10^6$	100
BP5	1200	0,02	24	2	0,02	28800	10
BP6	1200	1,00	1200	2	1,00	$1,44 * 10^6$	10
BP7	1200	0,01	12	2	0,01	14400	10
BP8	240	0,00	0	0	0,00	0	50
BW2	1950	1,00	1950	2	1,00	$3,80 * 10^6$	0
KV1	5000	0,20	1000	2	0,08	$2,00 * 10^6$	0
KV23	10000	0,18	1800	2	0,03	$3,00 * 10^6$	0
KV4	5000	0,20	1000	2	0,08	$2,00 * 10^6$	0
KV5	5000	0,10	500	2	0,02	$5,00 * 10^5$	0
KENT11	10000	200,00	$2,00 * 10^6$	1/5	$2,00 * 10^6$	$1,26 * 10^7$	0
KENT12	10000	70,00	$0,70 * 10^6$	1/5	$1,70 * 10^6$	$1,07 * 10^7$	0
KENT21	10000	100,00	$1,00 * 10^6$	1/5	$2,50 * 10^6$	$1,57 * 10^7$	0
KENT51	15000	50,00	$0,75 * 10^6$	1/5	$0,60 * 10^6$	$4,11 * 10^7$	0
KENT52	35000	0,00	0	1/5	0,00	0	0

^aDie maximalen Kapazitäten beziehen sich auf $m^3/\Delta t$ bzw. m^3 .

Tab. 4.3: Überblick der Teilkostenfunktionen zu den einzelnen Systemkomponenten für die Konfiguration Entlastungsbogen plus -knoten

Zuerst werden entsprechend der Prioritätenreihenfolge die Kostenkoeffizienten c für das Simplexverfahren bestimmt. Aus den maximalen Kapazitäten der Systemkomponenten x und den gegebenen Exponenten α konnten die Koeffizienten a der Bogen und inneren Knoten für das Branch-and-Bound-Verfahren festgelegt werden ($c_i \max(x_i) = a_i \max(x_i)^{\alpha_i}$).

Die Kostenkoeffizienten a_{KENT} für die Entlastungsknoten bei der Branch-and-Bound-Methode ergeben sich aus einer einfachen Überlegung: Für jede Entlastungsstelle werden Schwellenwerte für den Wasserstand im zugehörigen Becken festgelegt.

$$\begin{aligned} KENT11 &: KV1 - \text{Schwelle} = 5000 \text{ m}^3 \\ KENT12 &: KV1 - \text{Schwelle} = 4500 \text{ m}^3 \\ KENT21 &: KV23 - \text{Schwelle} = 9000 \text{ m}^3 \\ KENT51 &: KV5 - \text{Schwelle} = 5000 \text{ m}^3 \end{aligned}$$

Nun wird gefordert, daß die Kosten bei Überschreitung dieser Schwellenwerte höher sind als die Kosten einer Entlastung mit einem Durchflußwert von $1m^3/\Delta t$:

$$a_{KV} KV_t^2 \geq \tilde{a}_{KENT} 1 m^3/\Delta t$$

Die hierdurch ermittelten Faktoren \tilde{a}_{KENT} stellen Richtwerte für die zu bestimmenden Koeffizienten a_{KENT} dar. Für die Entlastungsstelle $KENT21$ des Knotens $KV23$ ergibt sich z.B.:

$$0,03 * 9000^2 \geq \tilde{a}_{KENT21} 1 m^3/\delta t$$

und aus $\tilde{a}_{KENT21} = 2430000$ der Koeffizient $a_{KENT21} = 2,5 * 10^6$.

Um die Hierarchie und die sich zwangsläufig ergebende Überlappung der Kosten zu verdeutlichen, werden in Anlage 2 die Bandbreiten der Kosten für einige repräsentative Systemkomponenten des Ersatzsystems für das Branch-and-Bound-Verfahren und das Simplexverfahren graphisch dargestellt. Dazu werden die Kosten der inneren Knoten mit denen der umliegenden Komponenten in Bezug gebracht.

Sollen nun die Entlastungsstellen lediglich durch Bogen repräsentiert werden, so müssen diesen Entlastungsbogen lineare Kosten mit den Koeffizienten der Entlastungsknoten der anderen Konfiguration zugewiesen werden:

Name	max.Kap. ^a	Simplex		Branch - and - Bound			
		c	max.Kosten	α	a	max.Kosten	d
BP1	1200	70,00	84000	1	$1,70 * 10^6$	$2,04 * 10^9$	100
BW1	1950	200,00	390000	1	$2,00 * 10^6$	$3,90 * 10^9$	0
BP4	1200	100,00	120000	1	$2,50 * 10^6$	$3,00 * 10^9$	100
BW2	1950	50,00	97500	1	$0,60 * 10^6$	$1,17 * 10^9$	0

^aDie maximalen Kapazitäten beziehen sich auf $m^3/\Delta t$.

Tab. 4.4: Überblick der Teilkostenfunktionen zu den Entlastungsbogen für die Konfiguration ohne Entlastungsknoten

4.3 Simulationsergebnisse

4.3.1 Allgemeines

Wie wir in Kapitel 3 gesehen haben, bleibt im allgemeinen unklar, wie gut die als optimal berechnete Steuerungsstrategie die "wahre" ideale Abflußsteuerung approximiert. Die zu bestimmende Steuerungsstrategie sowie ihre Güte werden durch Faktoren wie

- Regenzuflußdaten
- Systemvereinfachung
- Optimierungsverfahren
- Zeitschrittdiskretisierung

beeinflußt. Unter Berücksichtigung dieser Faktoren sollen daher einige Sensitivitätsanalysen durchgeführt werden. Grundlage für diese Analysen bildet das Ersatzsystem Abb.4.2 mit oder ohne Entlastungsknoten, das Steuerungsproblem aus den Randbedingungen und den Kostenfunktionen aus Abschnitt 4.2.1 und 4.2.3 und die Regenereignisse von Tab.4.2. Die notwendigen Daten (Rand- und Anfangsbedingungen, Netzverknüpfung, Kosten, usw.) des Kanalnetzes für die Bestimmung einer Steuerungsstrategie müssen korrekt in eine Kanalnetzeingabedatei (siehe Anlage) eingetragen werden, um daraus mittels des Programms 'Creat.exe' das mathematische Steuerungsproblem aufstellen zu können. Insgesamt wurden fast 180 Simulationsläufe gewählt und durchgeführt. Eine Simulation wird dabei durch folgende Faktoren gekennzeichnet:

- Niederschlagsereignis (Regensumme, Fließzeitparameter)
- Kanalnetzbeschreibung (mit oder ohne Entlastungsknoten)
- Optimierung (nichtlineare oder lineare Kostenfunktion, Formulierung der Teilkostenfunktionen)
- Berechnungshorizont

Einen Überblick über die Simulationsläufe liefern folgende Tabellen:

Unterschied zum Ersatzsystem Abb.4.2	Unterschied zur Kostenfunktion Tab.4.3	Berechnungshorizont, NBH	Regenereignis aus Tab.4.2, Nr.
keiner	keiner	1	1,2,3,4,5,6
		2	1,2,3,4,5,6
		3	1,2,3,4,5,6
		4	1,2,3,4,5,6
Bogen BP3 fehlt	keiner	2	1,2,3,4,5
		4	1,2,3,4,5
keiner	$F_{KENT51} = 1,2 * 10^6 KENT51_i^{\frac{1}{5}}$ statt $0,6 * 10^6 KENT51_i^{\frac{1}{5}}$	2	2,3,4
		4	2,3,4
keiner	$F_{KV_i} = 0,05 KV_i^2$ statt $0,08 KV_i^2$ ($i=1,4$)	2	2,4
keiner	d -Koeffizient = 0	1	1,2,3,4,5
		2	1,2,3,4,5
		4	1,2,3,4,5
keiner	d -Koeffizient = 0, nur $d_{BP2} = 10$	1	2,4
		2	2
keiner	$F_{KV4} = 0,02 KV4_i^2$ statt $0,08 KV4_i^2$	2	4,6

Tab. 4.5: Simulationsläufe mit dem Branch-and-Bound-Verfahren für das Ersatzsystem mit Entlastungsknoten

Unterschied zum Ersatzsystem Abb.4.2	Unterschied zur Kostenfunktion Tab.4.3	Berechnungshorizont, NBH	Regenereignis aus Tab.4.2, Nr.
keiner	keiner	1	1,2,3,4,5,6
		2	1,2,3,4,5,6
		3	1,2,3,4,5,6
		4	1,2,3,4,5,6
Bogen BP3 fehlt	keiner	2	1,2,3,4,5
4		1,2,3,4,5	
keiner	$F_{KV_i} = 0,05 KV_i^2$ statt $0,08 KV_i^2$ ($i=1,4$)	2	2,4
keiner	d -Koeffizient = 0	1	1,2,3,4,5
keiner	d -Koeffizient = 0, nur $d_{BP2} = 10$	1	2,4
		2	2
keiner	mit konkaven Funktionen für die Entlastungsbogen ^a	2	2,4
		4	2,4

^aKoeffizienten aus Tab.4.4 und Exponent $\alpha = \frac{1}{5}$

Tab. 4.6: Simulationsläufe mit dem Branch-and-Bound-Verfahren für das Ersatzsystem ohne Entlastungsknoten

Unterschied zum Ersatzsystem Abb.4.2	Unterschied zur Kostenfunktion Tab.4.3	Berechnungshorizont, NBH	Regenereignis aus Tab.4.2, Nr.
keiner	keiner	1	1,2,3,4,5,6
		2	1,2,3,4,5,6
		3	1,2,3,4,5,6
		4	1,2,3,4,5,6
Bogen BP3 fehlt	keiner	2	1,2,3,4,5
4		1,2,3,4,5	

Tab. 4.7: Simulationsläufe mit dem Simplexverfahren für das Ersatzsystem jeweils mit und ohne Entlastungsknoten

Als Ausgabe wurden bei jedem Lauf zwei Dateien erzeugt (siehe Anlage 3). Die erste Datei beinhaltet die errechneten Sollwerte (Volumen- und Durchflußwerte) der Systemkomponenten für jedes aufgestellte Steuerungsproblem entsprechend seines Berechnungshorizontes chronologisch über den gesamten Simulationshorizont. In die

zweite Datei werden die Sollwerte zum Zeitpunkt $t = 2$ jedes einzelnen Steuerungsproblems über den gesamten Simulationshorizont tabellarisch ausgegeben.

Um eine Beurteilung und einen Vergleich der verschiedenen errechneten Steuerungsstrategien zu ermöglichen, wurden folgende Kriterien betrachtet:

1. **Regenbelastung** und ihre Charakteristiken (siehe Tab.4.2)
2. **Entlastungsverhalten**: Entlastungsvolumen und -dauer, maximale Entlastungsrate
3. **Speicherauslastung**: mittlere und maximale Auslastung⁵ aller inneren Knoten und der Mittelwert der Beckenvolumen über den gesamten Simulationshorizont NSH :

$$KV_{mit} = \frac{\sum_1^{NSH+1} KV_t}{NSH + 1}$$

Unter der mittleren Auslastung ist die prozentuale Auslastung zu verstehen:

$$KV_{pro} = \frac{\int_1^{NSH+1} KV_t dt}{NSH KV_{max}} 100.$$

Sie soll Aufschluß über die Steuerungsentscheidungen im Vergleich verschiedener Strategien geben.

4. **Transportverhalten**: Mittelwert der Durchflußraten über den gesamten Simulationshorizont:

$$BP_{mit} = \frac{\sum_1^{NSH+1} BP_t}{NSH + 1}$$

und die mittlere Auslastung⁶ aller Pumpen:

$$BP_{pro} = \frac{\int_1^{NSH+1} BP_t dt}{NSH BP_{max}} 100.$$

Um den Schwankungsbereich der Pumpraten für die inneren Bogen (BP2, BP3, BP5, BP6 und BP7) über den gesamten Simulationszeitraum beurteilen zu können, wurde eine durchschnittliche Variation BP_{var} errechnet:

$$BP_{var} = \frac{\sum_1^{NSH} |BP_{t+1} - BP_t|}{NSH}$$

5. **Umfang des Simulationslaufes**: Rechenzeit, Anzahl der Gleichungen zur Beschreibung des Systemverhaltens (Randbedingungen)

⁵Die maximale Auslastung entspricht der maximalen Speicherkapazität KV_{max} bei den Extremereignissen mit Nummer 2 bis 6.

⁶ BP_{max} = maximale Transportkapazität des betrachteten Bogens

4.3.2 Der Bezugsfall

Als Grundlage für verschiedene Sensitivitätsanalysen und Vergleichsstudien wurde folgender Bezugsfall aus den Simulationsläufen gewählt:

Regenereignis	Nr.3, Regensumme =15mm
	Fließzeitparameter $\alpha_u=20$ min
Kanalbeschreibung	Ersatzsystem mit Entlastungsknoten
Optimierung	nichtlineare Kostenfunktion
Berechnungshorizont	NBH=1

Tab. 4.8: Charakteristiken des Bezugsfalls

Mit dem gewählten Regenereignis werden in 104 Minuten bei einer Spitzenzuflußrate von $2485,45 \text{ m}^3/\Delta t$ insgesamt fast 30000 m^3 Wasser dem System zugeführt. Eine Darstellung dieses Belastungsfalles liefern die Niederschlags- und Zuflußganglinie in Abschnitt 4.2.2.

Zur Darstellung der Simulationsergebnisse werden grundsätzlich folgende drei Elemente betrachtet:

1. das obere Becken KV1 mit Oberflächezufluß
2. das Zentralbecken KV23 mit Oberflächezufluß
3. das Ausgleichbecken der Kläranlage KV5 ohne Oberflächezufluß

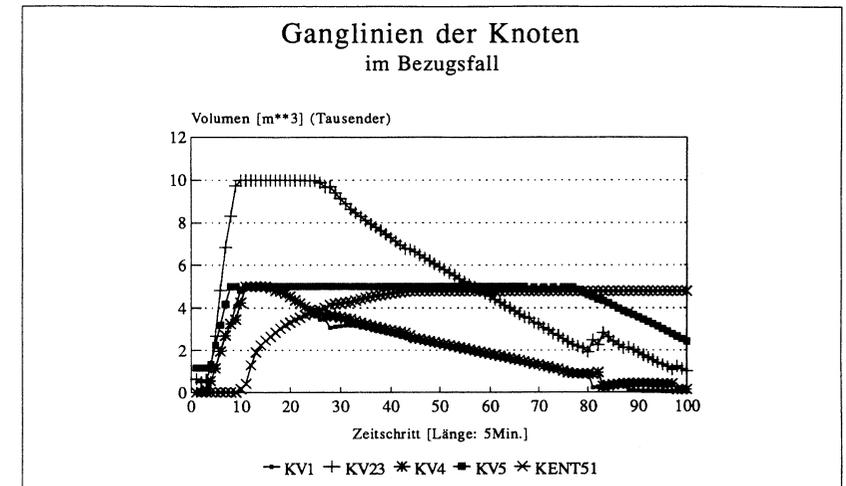


Abb. 4.5: Ganglinien der Knoten im Bezugsfall

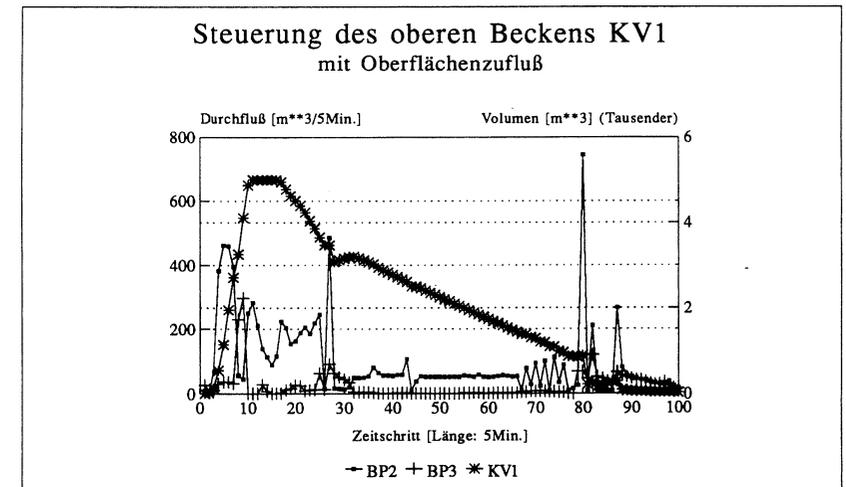


Abb. 4.6: Steuerung des oberen Beckens KV1 im Bezugsfall

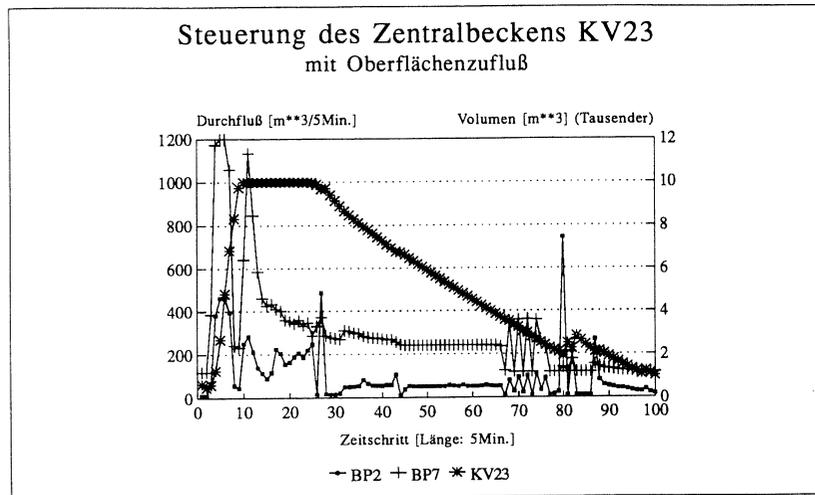


Abb. 4.7: Steuerung des Zentralbeckens KV23 im Bezugsfall

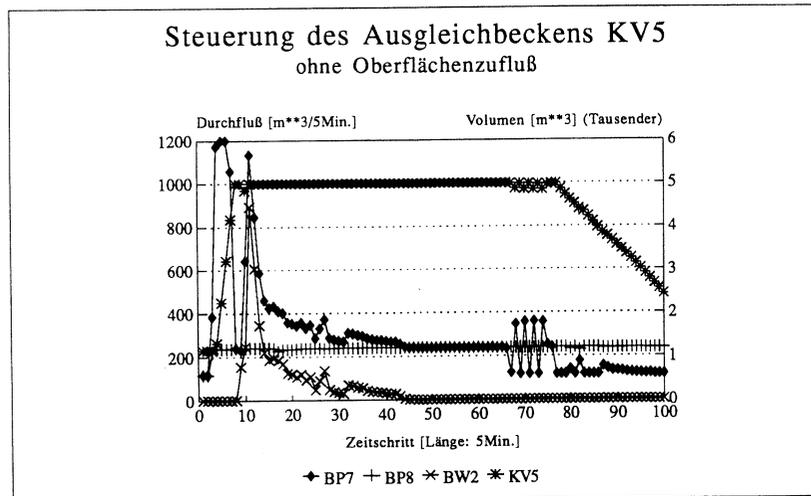


Abb. 4.8: Steuerung des Ausgleichbeckens KV5 im Bezugsfall

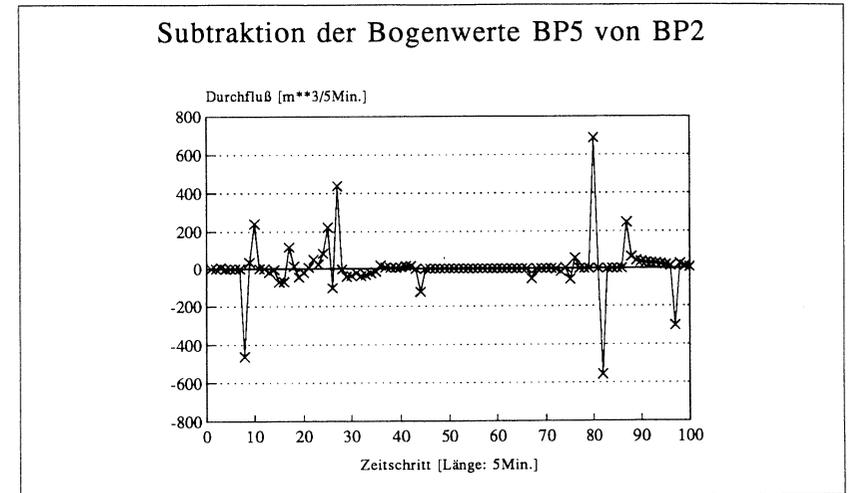


Abb. 4.9: Subtraktion der Sollwerte des Bogens BP5 von denen des Bogens BP2 im Bezugsfall

	Entlastungsverhalten			
	KENT11	KENT12	KENT21	KENT51
Volumen [m³]	0,68	58,94	0,00	4786,20
max. Entlastungsrate [m³]	0,68	47,15	0,00	892,91
Dauer [Zeitschritte]	1	2	0	37

	Speicherauslastung			
	KV1	KV23	KV4	KV5
Mittelwert [m³]	2073,19	5442,22	2190,69	4499,71
mittl. Auslastung [%]	41,46	54,42	43,81	89,99

	Transportverhalten						
	BP2	BP3	BP5	BP6	BP7	BP8	BW2
Mittelwert [m³/Δt]	98,03	23,06	93,26	18,70	297,26	235,99	48,35
mittl. Auslastung [%]	8,17	1,92	7,77	1,56	24,77	98,33	2,48
Variation [m³/Δt]	64,14	13,99	55,35	13,77	67,01		

Tab. 4.9: Simulationsergebnisse zum Bezugsfall

Aus der graphischen und tabellarischen Darstellung der Simulationsergebnisse im Bezugsfall wird das charakteristische Verhalten des Netzes bei einer Steuerung deutlich:

Über den Simulationszeitraum hinweg ist die Nutzung der inneren Becken ausgeglichen (siehe Ganglinien der Knoten). Das Becken KV23 weist aufgrund seiner zentralen Lage im System eine höhere prozentuale Auslastung auf als die oberen Becken KV1 und KV4. Für das Ausgleichbecken KV5 hingegen ist für dieses Regenereignis wegen der erst spät beginnenden Entleerung und wegen des mit 100 Zeitschritten festgelegten Simulationshorizontes ein hoher Auslastungswert (89,99 %) zu verzeichnen. Die Steuerung des Beckens KV4 stimmt mit der des Beckens KV1 überein und wurde nicht extra dargestellt.

Die Entlastungsvolumina in die Knoten KENT11 und KENT12 sind vernachlässigbar. Lediglich bei dem Ausgleichbecken der Kläranlage tritt verstärkt Entlastung auf. Hinsichtlich Dauer und Volumen ist dieses auf die konkave Teilkostenfunktion der Entlastungsknoten zurückzuführen. Je höher die Volumenwerte dieser Knoten sind, desto geringer werden die Kostendifferenzen bei Volumenzunahme von einem Zeitpunkt zum nächsten (siehe Darstellung der Kostenfunktionen in Anlage 2). Außerdem bleiben die Entlastungskosten bei der Konfiguration Entlastungsbogen plus -knoten für jeden folgenden Zeitpunkt mindestens bestehen, so daß der Anteil an den Gesamtkosten sehr hoch ist und nicht verringert werden kann.

Die Variation der Durchflußwerte der Bogen des normalen Transportweges (BP2, BP5 und BP7) ist im Durchschnitt mit $60,00 \text{ m}^3/\Delta t$ groß. Besonders im Anfangsteil der Simulation treten extreme Sollwertschwankungen (BP7: ca. $1000 \text{ m}^3/\Delta t$) auf, während der Kläranlagenausfluß konstant auf der maximalen Förderrate gehalten wird. Erreicht das Ausgleichbecken KV5 seine maximale Kapazität, so entspricht die Durchflußdifferenz von Zufluß BP7 und Abfluß BW2 aufgrund der Massenbilanzgleichung dem Kläranlagenausfluß (siehe Graphik zur Steuerung des Ausgleichbeckens, Abb.4.8).

Die Bogen BP2 und BP5 sowie die Rückführungsbogen BP3 und BP6 weisen ähnliches Transportverhalten auf (siehe Abb.4.9). Da dem Branch-and-Bound-Verfahren wie auch dem Simplexverfahren keine diskreten Methoden zugrunde liegen, konnte nicht verhindert werden, daß sowohl Pumpe BP2 (BP5) als auch Pumpe BP3 (BP6) gleichzeitig aktiv werden. Desweiteren ist die Eindeutigkeit der ermittelten Steuerungsstrategie fraglich, da mehrere Förderleistungskombinationen zum gleichen Volumenaustausch zwischen KV1 und KV23 bzw. KV4 und KV23 führen. Aus der Graphik zur Steuerung des oberen Beckens wird deutlich, daß Pumpe BP3 meist nicht arbeitet und erst bei höheren Pumpraten von BP2 ebenfalls Wasser transportiert. Allerdings kommt es aufgrund der hohen Regenzuflußbelastung und den bereits ausgelasteten inneren Knoten nach 40 bis 50 Minuten zu einer verstärkten Rückförderung des Mischwassers.

Ab dem 65. Zeitschritt macht sich eine verstärkte Schwankung der Durchflußwerte der Bogen bei der Branch-and-Bound-Methode mit konkaven Teilkostenfunktionen bemerkbar. Das Zentralbecken KV23 ist zu diesem Zeitpunkt vollständig gefüllt und erzeugt Kosten, die den Kosten entsprechen, welche aus den mit ca. 2000 m^3 Mischwasser gefüllten Becken KV1 und KV4 entstehen. Da mit der gegebenen Kostenfunktion kein Kostensprung zwischen den vollständig gefüllten Becken KV1 und KV4 und dem leeren Zentralbecken berücksichtigt wurde, kommt es zu dieser hohen Wechselwirkung zwischen den vier Bogen BP2, BP3, BP5 und BP6 und zu einer unnötigen Beanspruchung der Rücklaufbogen BP3 und BP6. Die Schwierigkeit bei der Formulierung der Kostenfunktion macht sich hier besonders bemerkbar. Da der Grund für dieses Verhalten erst zu spät erkannt wurde und die Steuerungsentscheidungen im Abschlußteil der Simulation nicht mehr als sinnvoll gelten können, soll dieser Zeitraum nicht weiter betrachtet werden.

4.3.3 Sensitivitätsanalysen

Wie wir bereits wissen, bestimmen mehrere Faktoren die Ermittlung und Güte der Steuerungsstrategie. Auf Basis einer Auswahl der durchgeführten Simulationsläufe werden in diesem Abschnitt verschiedene Sensitivitätsanalysen und Vergleichsstudien erstellt. Da die lineare Programmierung und ihre Anwendung in der Kanalnetzsteuerung durch einige Untersuchungen hinreichend bekannt und mehrfach dokumentiert worden sind (siehe [17]), soll im folgenden primär auf das Branch-and-Bound-Verfahren eingegangen werden.

4.3.3.1 Vergleich der Rechenzeiten

In Tabelle 4.1 sieht man, daß die Anzahl der Randbedingungen linear mit der Höhe des Berechnungshorizontes steigt. Wie wirkt sich dieses und die Wahl des Optimierungsverfahrens auf die Rechenzeit eines Simulationslaufes aus?

Methode	Regenereignis		Rechenzeit [Std.Min] für			
	Nr.	Datei	NBH=1	NBH=2	NBH=3	NBH=4
Ersatzsystem mit Entlastungsknoten						
Branch-and-Bound	1	Wel0_11.dat	0.35	0.42	2.15	4.12
Branch-and-Bound	3	Wel1_20.dat	2.07	5.43	12.14	21.53
Branch-and-Bound	5	Wel2_20.dat	2.12	5.23	8.14	14.32
Simplex	3	Wel1_20.dat	0.04	0.09	0.18	0.33
Ersatzsystem ohne Entlastungsknoten						
Branch-and-Bound	3	Wel1_20.dat	0.11	0.27	0.54	1.37
Simplex	3	Wel1_20.dat	0.02	0.04	0.10	0.15

Tab. 4.10: Vergleich der Rechenzeiten

Die Simulationen wurden auf einem PC mit einer 80486 CPU bei einer Taktfrequenz von 33 Mhz durchgeführt, wobei der Simulationshorizont zur Ermittlung dieser Daten wurde auf 100 Zeitschritte festgelegt.

Lediglich für das Branch-and-Bound-Verfahren konnte bei dem Ersatzsystem mit Entlastungsknoten wegen einer verstärkten Entlastung und dem somit schneller entleerten System dieser maximale Simulationshorizont teilweise nicht erreicht werden. Die Rechenzeitwerte für das Regenereignis Nr.3 stellen Richtwerte für sämtliche weiteren Simulationsläufe bei entsprechenden Voraussetzungen dar. Für beide Optimierungsmethoden kann man erkennen, daß sich die Rechenzeit mit dem Berechnungshorizont und somit mit der Anzahl der Randbedingungen verdoppelt. Liegt das Ersatzsystem ohne Entlastungsknoten vor, so versechsfachen sich diese Daten

im Gegensatz zum Simplexverfahren. Diese Zeiten sind jedoch im Verhältnis noch akzeptabel, wenn man dagegen die Strategiefindung mit der Branch-and-Bound-Methode bei einem Ersatzsystem mit Entlastungsknoten und somit konkaven Teilkostenfunktionen betrachtet. Unter diesen Voraussetzungen ist eine Implementierung des Programms im Echtzeitbetrieb nicht vorteilhaft. Eine Anwendung zur Planung und Entwicklung neuer Systeme sowie zur Restrukturierung existierender Netze wäre daher eher denkbar.

Ferner sind lediglich bei der Branch-and-Bound-Methode und dem Ersatzsystem mit Entlastungsknoten bei veränderten Zuflußvolumen andere Zeiten zu erwarten. Bei Regenereignis Nr.1 tritt mit einem Oberflächenzufluß von 19271 m³ keine Entlastung auf. Zur optimalen Strategiefindung ist folglich eine Berücksichtigung der konkaven Teilkostenfunktionen nicht notwendig, so daß sich die Rechenzeit in besseren Grenzen bewegt. Ebenfalls erniedrigen sich die Zeiten bei den Regenereignissen Nr.5 und 6 (32999 m³ Zufluß) und Berechnungshorizont 3 und 4. Die Gründe hierfür sind vermutlich in der größeren und unvermeidbareren Entlastung, der schnelleren Entleerungsphase des Systems und den geringeren Unterschieden der Entlastungskosten bei den konkaven Teilkostenfunktionen mit steigendem Entlastungsvolumen (schnellere Sollwertfindung?) zu suchen.

Aussagen über die benötigte Speicherkapazität mit zunehmenden Berechnungshorizont sind nicht ermittelbar, da die Programme maximal für das gegebene Ersatzsystem mit Entlastungsknoten und Berechnungshorizont 4 eine optimale Strategie errechnen können. Mit 528606 Bytes Arbeitsspeicher liegt der Speicherplatzbedarf des Branch-and-Bound-Verfahrens jedoch deutlich über dem des Simplexverfahrens (273138 Bytes), welches hinsichtlich der elementaren Simplexmethode (ebenfalls vom Branch-and-Bound-Verfahren benutzt) in bezug auf Speicherplatz und -organisation noch optimiert werden könnte.

4.3.3.2 Sensitivitätsanalyse zum Berechnungshorizont

Um über den Einfluß des Berechnungshorizontes auf die Steuerungsentscheidungen Aufschluß zu geben, werden die Simulationsergebnisse des Bezugsfalls (Abschnitt 4.3.2) unter verschiedenen Horizonten und gleichbleibender perfekter Niederschlagsvorhersage betrachtet. Theoretisch wäre zu erwarten, daß jeder Zuwachs des Berechnungshorizontes eine Verbesserung der Qualität der optimalen Strategie hinsichtlich aller Beurteilungskriterien bewirkt (geringere Entlastungsmengen, bessere Beckenauslastungen, gleichmäßigere Pumpensteuerung). Je größer der Berechnungshorizont gewählt würde, desto besser und weitsichtiger müßten die Steuerungsentscheidungen bestimmt werden können, um beispielsweise das System vor stärkerem Zufluß

zu späteren Zeitpunkten schützen zu können.

Wie die folgende Tabelle belegt, geht die maximale Höhe der Kostenfunktion⁷ mit dem Anstieg des Berechnungshorizont erwartungsgemäß zurück:

	NBH=1	NBH=2	NBH=3	NBH=4
Gesamtkosten	15989429,8	16432445,2	10219865,1	9167347,56
Bogenkosten	37342,9	85169,7	353235,5	429816,1
Knotenkosten	15952086,9	16347275,5	9866629,6	8737531,5
Zeitpunkt	17	16	13	12

Tab. 4.11: Vergleich der maximalen Kosten bei verschiedenen Berechnungshorizonten für Regenereignis Nr.3

Die oben aufgestellten Vermutungen treffen jedoch nicht zu, wie folgende Tabellen und Graphiken belegen:

	Entlastungsverhalten			
	KENT11	KENT12	KENT21	KENT51
NBH=2				
Volumen [m ³]	12,94	15,53	0,00	6185,90
max. Entlastungsrate [m ³]	11,75	15,53	0,00	614,32
Dauer [Zeitschritte]	2	1	0	34
NBH=3				
Volumen [m ³]	0,00	0,00	0,00	8685,08
max. Entlastungsrate [m ³]	0,00	0,00	0,00	681,52
Dauer [Zeitschritte]	0	0	0	32
NBH=4				
Volumen [m ³]	0,00	0,00	0,00	10789,87
max. Entlastungsrate [m ³]	0,00	0,00	0,00	698,84
Dauer [Zeitschritte]	0	0	0	30

⁷Der Wert der Kostenfunktion wurde zu jedem Zeitpunkt berechnet, wobei der d-Term bei dieser Bestimmung unberücksichtigt blieb.

	Speicherauslastung			
	KV1	KV23	KV4	KV5
NBH=2				
Mittelwert [m ³]	1983,71	5375,25	1982,75	4596,00
mittl. Auslastung [%]	39,67	53,75	39,66	91,92
NBH=3				
Mittelwert [m ³]	1848,76	4904,93	1844,75	4287,77
mittl. Auslastung [%]	36,96	49,05	36,89	85,76
NBH=4				
Mittelwert [m ³]	1455,44	3992,41	1485,09	3912,64
mittl. Auslastung [%]	29,11	39,92	29,71	78,25

	Transportverhalten						
	BP2	BP3	BP5	BP6	BP7	BP8	BW2
NBH=2							
Mittelwert [m ³ /Δt]	122,03	39,64	116,05	32,65	326,07	236,311	68,73
mittl. Auslastung [%]	10,17	3,30	9,67	2,72	27,17	98,46	3,53
Variation [m ³ /Δt]	62,16	17,08	60,31	14,64	51,36		
NBH=3							
Mittelwert [m ³ /Δt]	132,57	42,30	132,69	41,57	356,11	235,73	105,91
mittl. Auslastung [%]	11,05	3,52	11,06	3,46	29,68	98,22	5,43
Variation [m ³ /Δt]	79,98	26,99	86,08	26,54	80,54		
NBH=4							
Mittelwert [m ³ /Δt]	159,69	70,46	147,78	58,84	363,37	232,01	128,45
mittl. Auslastung [%]	13,30	5,87	12,31	4,90	30,28	97,67	6,59
Variation [m ³ /Δt]	109,39	48,33	112,84	43,02	93,53		

Tab. 4.12: Simulationsergebnisse des Bezugsfalls bei verschiedenen Berechnungshorizonten

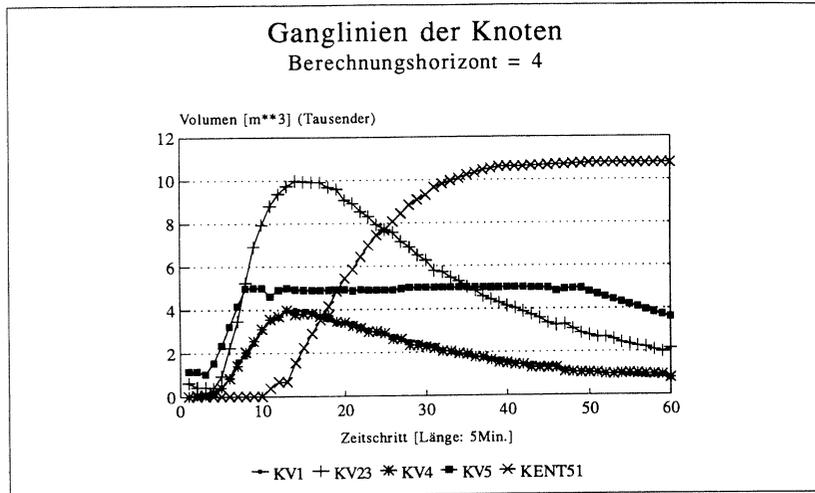


Abb. 4.10: Ganglinien der Knoten für Berechnungshorizont 4

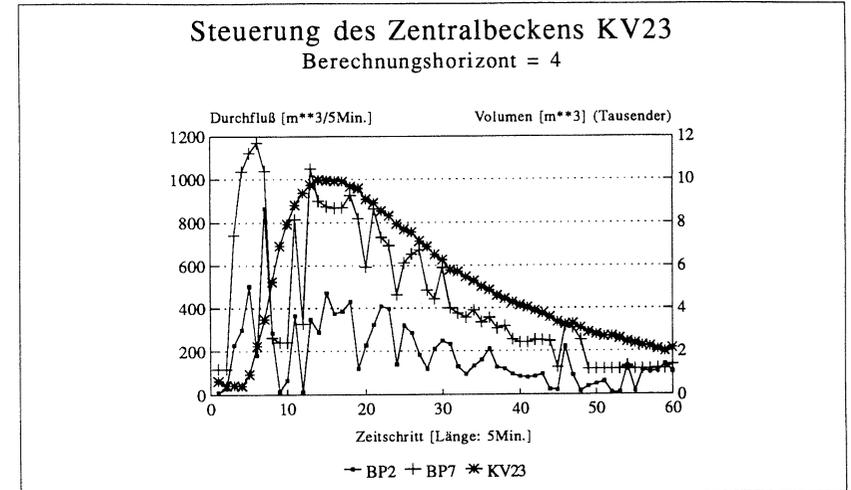


Abb. 4.12: Steuerung des Zentralbeckens mit Berechnungshorizont 4

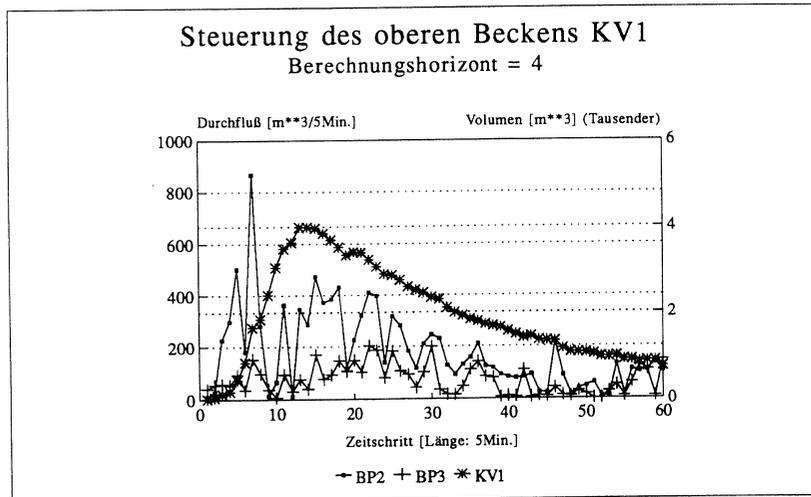


Abb. 4.11: Steuerung des oberen Beckens mit Berechnungshorizont 4

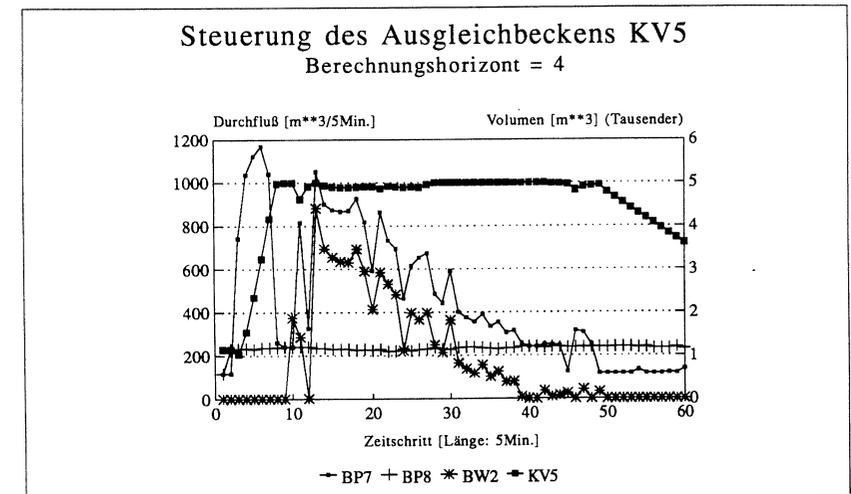


Abb. 4.13: Steuerung des Ausgleichbeckens mit Berechnungshorizont 4

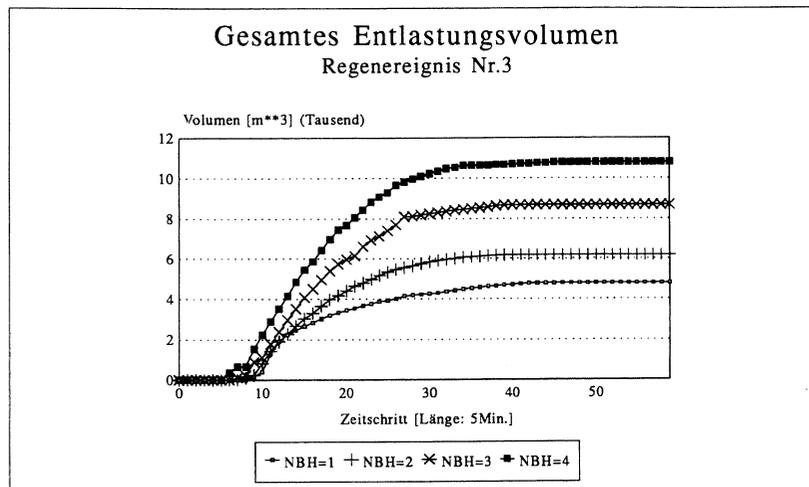


Abb. 4.14: Darstellung des gesamten Entlastungsvolumens für verschiedene Berechnungshorizonte

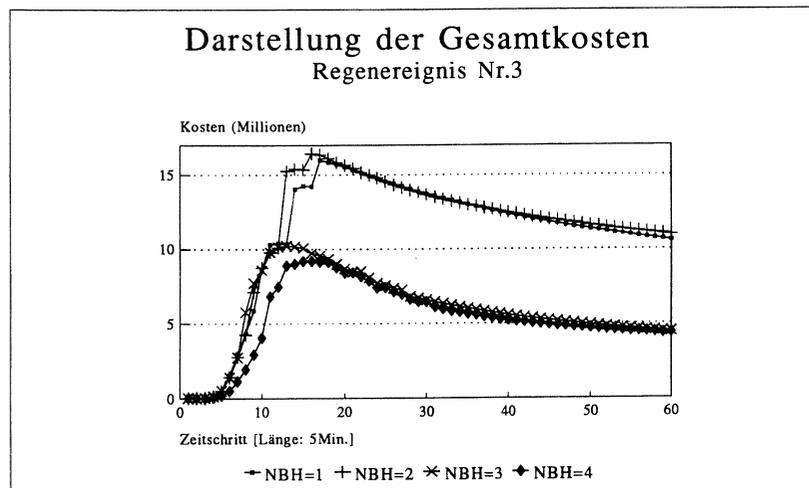


Abb. 4.15: Darstellung der Gesamtkosten für verschiedene Berechnungshorizonte

Da die Unterschiede in den Kosten und bei den Ganglinien der Knoten und Bogen im allgemeinen zwischen Berechnungshorizont 2 und 3 größer sind als die Unterschiede zwischen Horizont 1 und 2 bzw. 3 und 4 (siehe Anlage 4), beziehen sich die Graphiken auf Berechnungshorizont 4.

Für die folgende Vergleichsstudie betrachte die Graphiken zum Bezugsfall und zum Berechnungshorizont 4, sowie die zugehörigen Tabellen.

Auch für Berechnungshorizont 4 stimmt das Verhalten der Becken KV1 und KV4 in allen Kriterien überein. Die schon geringe Entlastung in die Knoten KENT11 und KENT12 verschwindet mit Anstieg dieses Horizontes ganz. Ferner geht die Auslastung aller Knoten (5-10%) und der Zeitraum maximaler Vollfüllung (KV23: 25 statt 50 Min.) zurück oder wird sogar nicht erreicht (siehe Ganglinie von KV1). Dieses Verhalten bei identischem Extremereignis wird durch das hohe Entlastungsvolumen an der Entlastungsstelle KENT51 des Ausgleichbeckens kompensiert und bewirkt eine Verkürzung der Entleerungsphase des Systems. Die Steuerungsentscheidungen dazu werden zusätzlich durch die Abnahme der gesamten Knotenkosten mit steigendem Berechnungshorizont belegt, da die Kostendifferenzen mit steigendem Entlastungsvolumen der Überlaufknoten weniger in das Gewicht fallen.

$$NBH = 1 : K_{EN51,max} = 4768,2m^3 \quad \Rightarrow \text{Kosten} : 3267000$$

$$NBH = 4 : K_{EN51,max} = 10789,9m^3 \quad \Rightarrow \text{Kosten} : 3843744$$

Vermutlich ist aus diesem Grund die Entlastungsdauer trotz verdoppeltem Volumen mit Zuwachs des Berechnungshorizontes kürzer und der Beginn der Entlastung und somit der Zeitpunkt des Kostenfunktionsmaximums früher (siehe Abb.4.14).

Hinsichtlich der Auslastung der Bogen ist mit steigendem Berechnungshorizont eine Zunahme zu verzeichnen. Diese Tatsache spiegelt sich auch im Anstieg der Bogenkosten wieder, die jedoch bei der Festlegung der gesamten Kosten nur eine geringe Rolle spielen. Aufgrund der verkürzten Entleerungsphase des Kanalnetzes resultiert dieser Zuwachs der prozentualen Auslastung zum Teil auch aus dem entsprechend geringeren Simulationszeitraum (Berechnungshorizont 4: 84 statt 100 Zeitschritte). Obwohl die vereinzelt großen Differenzen in den Förderganglinien der Pumpen mit steigendem Berechnungshorizont zurückgehen, ist über den gesamten Simulationszeitraum hinweg bei einer stärkeren Beanspruchung eine viel größere Variation des Durchflusses festzustellen (siehe Ganglinie der Bogen). Bei hohen Horizonten können mehr Kombinationen der Förderleistungen der vier Bogen BP2, BP3, BP5 und BP6 zum gleichen Volumenaustausch zwischen den Becken KV1-KV23 und KV4-KV23 führen. Ferner können diese hohen Variationswerte möglicherweise auf die sehr hohen Werte der Kostenfunktion und besonders auf den großen Anteil an Entlastungskosten aus den konkaven Teilkostenfunktionen im Vergleich zu den Speicher- und Transportkosten zurückgeführt werden. Je mehr konkave Funktionen bei der Optimierung eine Rolle spielen ($KENT_{i,t}$ -Werte > 0), desto mehr Durchläufe innerhalb

des Verfahrens werden benötigt, um die optimalen Sollwerte zu bestimmen. Diese Durchlaufzahl wurde mit 5 festgelegt, um die Rechenintensität gering zu halten, so daß die ermittelten Sollwerte für hohe Berechnungshorizonte nicht als optimal gelten müssen.

Wie auch bei Berechnungshorizont 1 verlaufen der Zufluß BP7 und der Abfluß BW2 bei vollständig gefülltem Ausgleichbecken KV5 synchron, während der Kläranlagenausfluß BP8 eine konstante Förderrate aufweist.

Betrachtet man die Steuerung des Zentralbeckens KV23, so werden die Bogen BP2 und BP5 bzw. BP3 und BP6 ähnlich gesteuert. Dem Bogen BP2 wird dabei die halbe Durchflußrate des Abflußbogens BP7 zugeordnet. Zusammen mit dem Zuflußbogen BP5 müßte demnach eine ausgeglichene Massenbilanz herrschen. Dieser Zustand wird jedoch durch die Rückförderbogen BP3 und BP6 verhindert, so daß sich das Becken bei entsprechend hohen Sollwerten von BP7 schneller entleert. Die Steuerungsentscheidungen der Bogen BP3 und BP6 passen sich dabei um einige Durchflußwerte niedriger denen der Bogen BP2 und BP5 an, wodurch sich das Auslastungs- wie auch das Variationsverhältnis BP2/BP3 bzw. BP5/BP6 verschlechtert.

Ein Zuwachs des Berechnungshorizontes bringt unter den gegebenen Voraussetzungen *scheinbar* keine Verbesserung der Qualität der Steuerstrategie mit sich. Aufgrund höherer Entlastungsmengen, verschlechterter Beckenausnutzung und ungleichmäßiger Steuerung der Pumpen gehen die vermuteten Vorteile größerer Horizonte verloren.

Ursachen hierfür können in der Schwierigkeit bei der Formulierung der Kostenfunktion bezüglich Form und Koeffizienten liegen. Sensitivitätsanalysen zur Klärung dieser Frage sind notwendig, wobei besonders auf die Formulierung der Kostenfunktion zur Vermeidung von Entlastungen und auch auf die Auswirkung konkaver Teilkostenfunktionen eingegangen werden soll.

Ferner haben möglicherweise Eigenschaften der Optimierungsmethode einen negativen Einfluß auf die sekundären Steuerungsziele (Schwankung der Pumpraten). Ein Vergleich mit dem Simplexverfahren und eine Untersuchung zum Einfluß des d -Terms der nichtlinearen Kostenfunktion soll daher durchgeführt werden.

4.3.3.3 Modifikation des Kostenfaktors an der Entlastungsstelle KENT51

Da der Schwerpunkt der Untersuchungen bei der Ermittlung der Entlastungskosten am Überlauf des Ausgleichbeckens KV5 liegt, wird in diesem Abschnitt mit

modifiziertem Kostenfaktor diese Problematik betrachtet. Für den Entlastungsknoten KENT51 wird die neue Teilkostenfunktion mit $1,2 \cdot 10^6 KENT51^{0,2}$ statt $0,6 \cdot 10^6 KENT51^{0,2}$ festgelegt.

Betrachte dazu das Ersatzsystem mit Entlastungsknoten unter dem Regenereignis Nr.3 mit Berechnungshorizont 2 und 4, dessen Simulationsergebnisse tabellarisch und graphisch dargestellt werden.

	Entlastungsverhalten			
	KENT11	KENT12	KENT21	KENT51
NBH=2				
Volumen [m ³]	0,00	10,06	176,78	3730,36
max. Entlastungsrate [m ³]	0,00	10,06	176,78	559,12
Dauer [Zeitschritte]	0	1	1	22
NBH=4				
Volumen [m ³]	2,18	0,00	0,00	4784,95
max. Entlastungsrate [m ³]	2,18	0,00	0,00	665,29
Dauer [Zeitschritte]	1	0	0	21

	Speicherauslastung			
	KV1	KV23	KV4	KV5
NBH=2				
Mittelwert [m ³]	2131,13	5669,60	2149,32	4653,42
mittl. Auslastung [%]	42,62	56,70	42,99	93,07
NBH=4				
Mittelwert [m ³]	2088,34	5363,7	2059,35	4443,00
mittl. Auslastung [%]	41,77	53,64	41,19	88,86

	Transportverhalten						
	BP2	BP3	BP5	BP6	BP7	BP8	BW2
NBH=2							
Mittelwert [m ³ /5Min.]	104,57	30,95	105,20	30,50	302,27	235,04	37,30
mittl. Auslastung [%]	8,71	2,58	8,77	2,54	25,19	97,93	1,91
Variation [m ³ /Δt]	56,64	16,71	52,69	14,09	60,07		
NBH=4							
Mittelwert [m ³ /Δt]	132,58	58,47	131,46	59,71	293,84	235,75	47,85
mittl. Auslastung [%]	11,05	4,87	10,96	4,98	24,49	98,23	2,45
Variation [m ³ /Δt]	115,19	31,99	111,73	47,15	54,59		

Tab. 4.13: Simulationsergebnisse bei modifizierten Kosten für KENT51

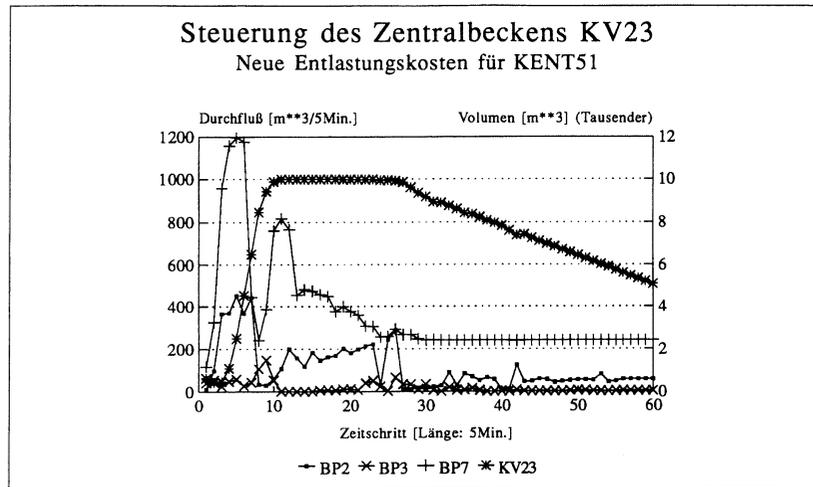


Abb. 4.16: Steuerung des Zentralbeckens mit neuen Kosten für KENT51

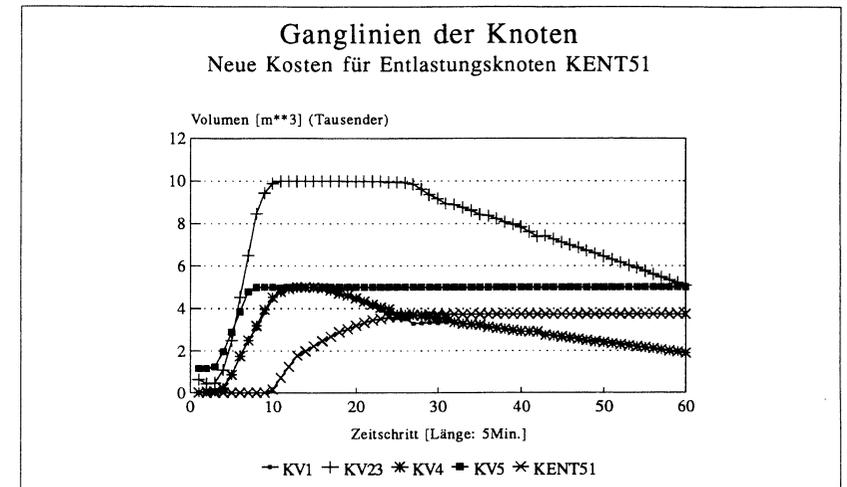


Abb. 4.18: Ganglinien der Knoten mit neuen Kosten für KENT51

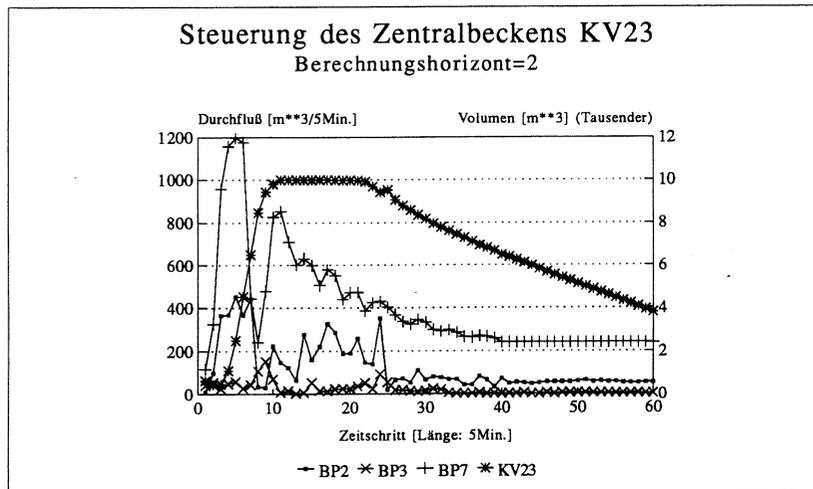


Abb. 4.17: Steuerung des Zentralbeckens für den Bezugsfall unter Berechnungshorizont 2

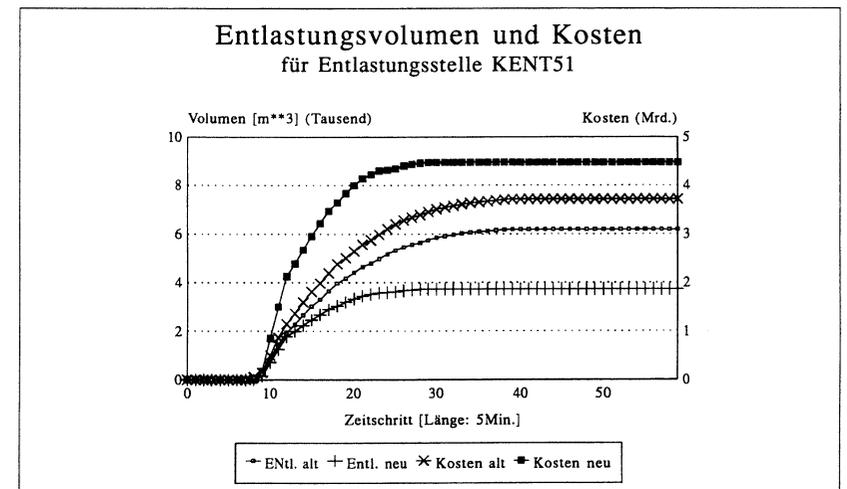


Abb. 4.19: Entlastungsvolumen und -kosten für Entlastungsstelle KENT51

Durch Vergleich mit den Tabellen 4.12 aus Abschnitt 4.3.3.2 und durch weitere Tabellen in Anlage 4 wird deutlich, daß ein erhöhter Kostenfaktor für KENT51 entscheidend das Entlastungsverhalten des Systems beeinflusst. Das gesamte Entlastungsvolumen wird um mindestens 2000 m³ bei Berechnungshorizont 2 und um mindestens 5000 m³ bei Horizont 4 gesenkt, wobei nun auch an der Überlaufstelle KENT21 bei Berechnungshorizont 2 Entlastung auftritt. Mit der neuen Kostenfunktion werden die steigenden Entlastungsmengen der Knoten von einem Zeitschritt zum nächsten durch die Entlastungskosten doppelt so hoch bewertet wie vorher. Diese Veränderung wirkt sich positiv auf die maximale Entlastungsrate und -dauer sowie auf die Auslastung der Becken KV1, KV23 und KV4 aus (um ca. 10% gestiegen). Aufgrund der geringeren Entlastung bei KENT51 müssen auch die Pumpen nicht so stark beansprucht werden (siehe Pumpe BP7), so daß sich das gesamte Transportverhalten verbessern kann und sich alles in allem mit dieser neuen Kostenfunktion eine bessere Steuerungsstrategie ermitteln läßt.

In bezug auf Auslastung und Variation der Bogen sind im Vergleich von Berechnungshorizont 2 und 4 mit der neuen Kostenfunktion die gleichen Tendenzen wie in Abschnitt 4.3.3.2 zu vermerken. Während auch hier die Auslastung der Bogen mit Anstieg des Berechnungshorizontes wächst, treten bei der prozentualen Auslastung der Knoten lediglich geringe Änderungen auf. Diese Werte werden durch die Tatsache gefestigt, daß sich die Entlastungsmengen mit wachsendem Horizont nicht mehr so stark erhöhen.

4.3.3.4 Ergebnisse für das Ersatzsystem ohne Entlastungsknoten

Auch in diesem Abschnitt wird der Schwerpunkt auf die Entlastungskosten gelegt, indem die Kostenfunktion durch Weglassen der konkaven Teilfunktionen modifiziert wird. Diese Änderung entspricht der Erstellung einer alternativen vereinfachten Kanalnetzbeschreibung, deren Entlastungsknoten gestrichen werden. Bei dieser Konfiguration werden den Entlastungsbogen lineare Kosten mit den Koeffizienten der Entlastungsknoten der anderen Konfiguration zugewiesen (siehe Tabelle 4.4).

Für eine Vergleichsstudie zwischen dem Ersatzsystem mit und ohne Entlastungsknoten betrachte folgenden zweiten Bezugsfall:

Regenereignis	Nr.3, Regensumme =15mm
	Fließzeitparameter $\alpha_w=20$ min
Kanalbeschreibung	Ersatzsystem ohne Entlastungsknoten
Optimierung	nichtlineare Kostenfunktion
Berechnungshorizont	NBH=1

Tab. 4.14: Charakteristiken des zweiten Bezugsfalls

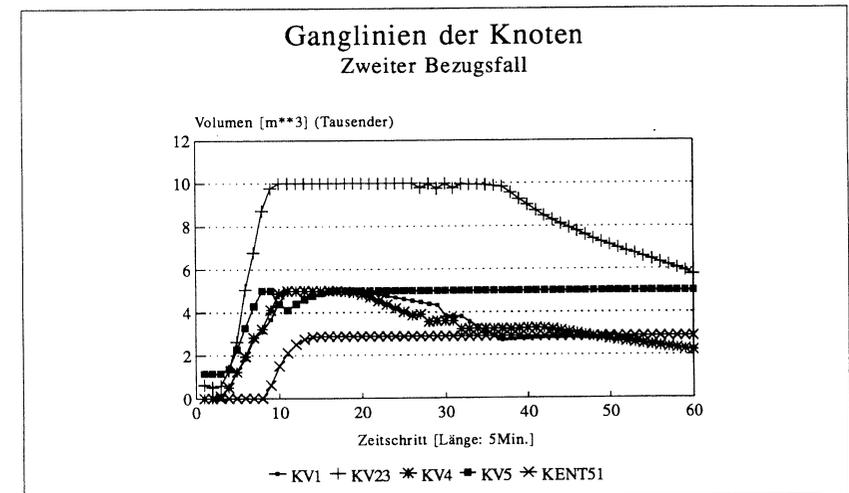


Abb. 4.20: Ganglinien der Knoten im 2. Bezugsfall

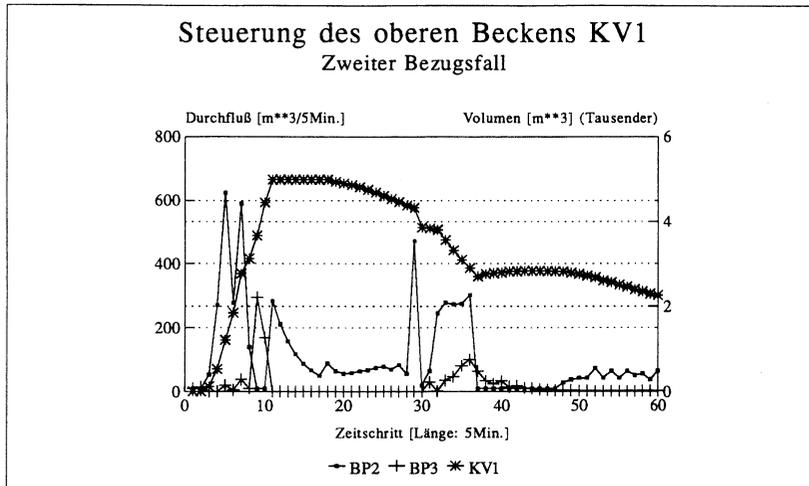


Abb. 4.21: Steuerung des oberen Beckens KV1 im 2.Bezugsfall

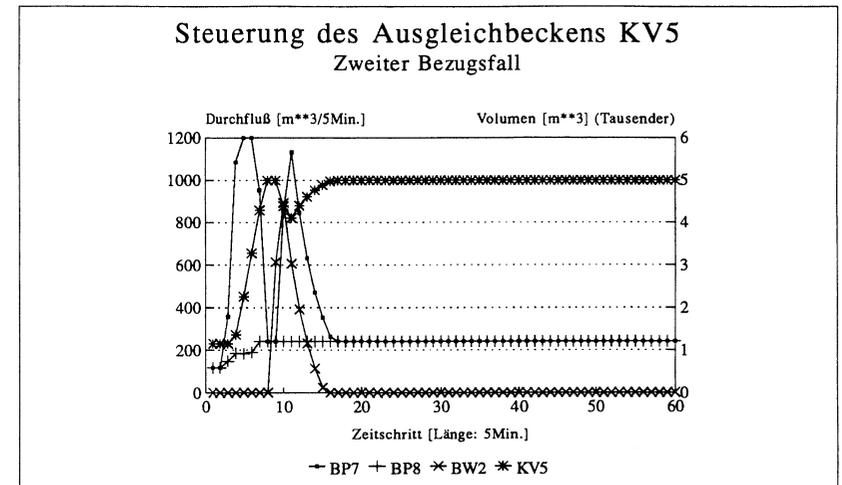


Abb. 4.23: Steuerung des Ausgleichbeckens KV5 im 2.Bezugsfall

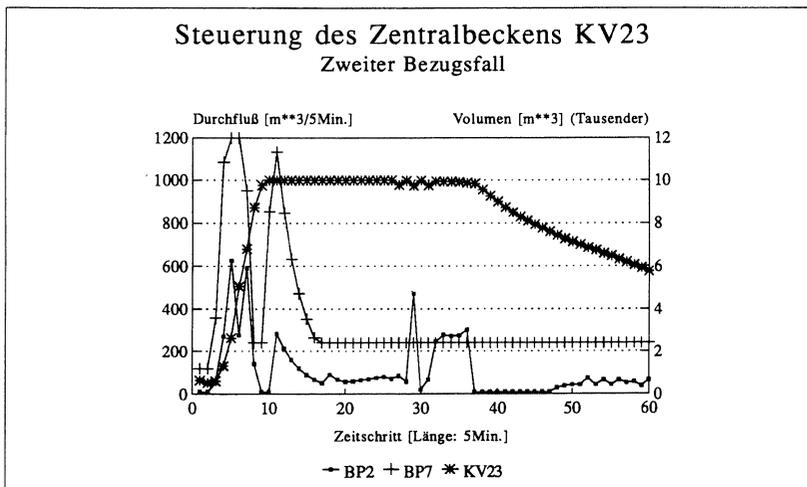


Abb. 4.22: Steuerung des Zentralbeckens KV23 im 2.Bezugsfall

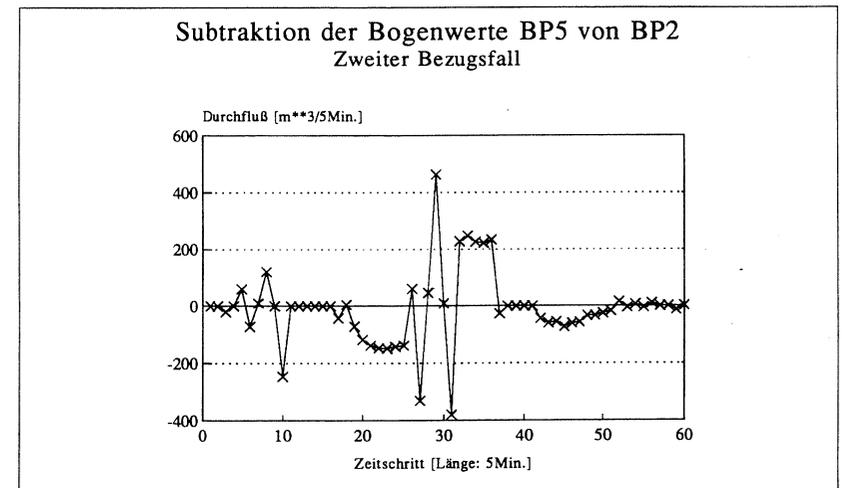


Abb. 4.24: Subtraktion der Sollwerte des Bogens BP5 von denen des Bogens BP2 im 2.Bezugsfall

Die folgenden Tabellen liefern die Berechnungen zum zweiten Bezugsfall unter den vier möglichen Berechnungshorizonten:

	Speicherauslastung			
	KV1	KV23	KV4	KV5
NBH=1				
Mittelwert [m ³]	2516,46	6224,20	2499,88	4438,19
mittl.Auslastung [%]	50,33	62,24	49,99	88,76
NBH=2				
Mittelwert [m ³]	2448,18	6140,90	2430,64	4614,40
mittl.Auslastung [%]	48,96	61,41	48,61	92,29
NBH=3				
Mittelwert [m ³]	2427,13	6109,99	2432,19	4639,41
mittl.Auslastung [%]	48,54	61,10	48,64	92,79
NBH=4				
Mittelwert [m ³]	2432,29	6077,36	2426,47	4647,56
mittl.Auslastung [%]	48,64	60,77	48,53	92,95

	Transportverhalten						
	BP2	BP3	BP5	BP6	BP7	BP8	BW2
NBH=1							
Mittelwert [m ³ /Δt]	78,86	10,95	83,73	15,87	274,71	234,99	28,73
mittl.Auslastung [%]	6,57	0,91	6,98	1,32	22,89	97,91	1,47
Variation [m ³ /Δt]	43,88	9,92	45,94	8,93	42,89		
NBH=2							
Mittelwert [m ³ /Δt]	91,52	22,66	101,61	29,16	282,29	238,77	25,09
mittl.Auslastung [%]	7,62	1,91	8,46	2,43	23,52	99,49	1,29
Variation [m ³ /Δt]	58,90	20,70	78,60	22,68	52,67		
NBH=3							
Mittelwert [m ³ /Δt]	119,33	46,65	120,82	50,80	283,56	238,77	25,03
mittl.Auslastung [%]	9,94	3,88	10,07	4,23	23,629	99,49	1,28
Variation [m ³ /Δt]	123,83	46,78	116,60	42,34	56,79		
NBH=4							
Mittelwert [m ³ /Δt]	165,80	93,81	176,67	103,03	284,39	238,77	25,03
mittl.Auslastung [%]	13,82	7,82	14,72	8,59	23,69	99,49	1,28
Variation [m ³ /Δt]	179,2	65,00	160,53	62,11	54,09		

Tab. 4.15: Simulationsergebnisse für das Ersatzsystem ohne Entlastungsknoten mit nichtlinearen Kosten

Auf die tabellarische Darstellung des Entlastungsverhaltens wird verzichtet, da lediglich die Entlastungsstelle KENT51 ein Volumen von ca. 2500 m³ für alle vier Berechnungshorizonte abführt und die maximale Entlastungsrate mit 892,91 m³/Δt sowie die Dauer immer mit 7 Zeitschritten festliegen. Allerdings verfrüht sich der Beginn der Entlastung mit der Höhe des Berechnungshorizontes von Zeitpunkt 9 an jeweils um einen Zeitschritt, so daß mit Horizont 4 letztendlich kein verstärktes Beanspruchen der Rücklaufbogen BP3 und BP6 zu Beginn der Simulation notwendig wird. Die Ganglinie des zur Überlaufstelle KENT51 zugehörigen Bogens BW2 sieht für alle Berechnungshorizonte, jeweils um einen Zeitschritt verschoben, gleich aus. Das Entlastungsvolumen erhält man aus der Summe der Durchflüsse des entsprechenden Entlastungsbogens. Da aufgrund der fehlenden Überlaufknoten mit dem Entlastungsvolumen auch die Entlastungskosten verschwinden, tritt ebenfalls das Kostenfunktionsmaximum zu einem früheren Zeitpunkt auf.

Nicht nur bei Berechnungshorizont 1 wird dieses relativ geringe Entlastungsvolumen dadurch erreicht, daß am vollgefüllten Ausgleichbecken bei hoher Zuflußbelastung vorerst mehr ab- als zufließt (siehe Abb.4.23) und mit nachlassender Belastung die Zuflußrate des Bogens BP7 sofort auf den Kläranlagenausfluß abgesenkt wird. Ferner erhalten die Entlastungskosten aufgrund des linearen Ansatzes und der sehr hohen Koeffizienten größere Bedeutung.

Im Gegensatz zum Ersatzsystem mit Entlastungsknoten verringert sich die Auslastung der inneren Knoten aufgrund der konstanten Entlastungsmenge mit steigendem Berechnungshorizont nicht beträchtlich. (Betrachte dazu auch die Ganglinien der Knoten (Abb.4.20 und Abb.4.5)). Die Folge einer geringeren Entlastung (mindestens 2000 m³) und einer besseren Knotenauslastung (über 10 %) macht sich durch eine schlechtere Bogenauslastung bemerkbar. In bezug auf das Transportverhalten der Bogen untereinander sind im allgemeinen jedoch keine großen Differenzen festzustellen (siehe Graphiken zum Berechnungshorizont 1). Lediglich ein schnelleres Absenken der Bogenkapazitäten nach Vollfüllung der Becken und eine Zunahme der Schwankungen ab Zeitschritt 30 besonders mit steigendem Berechnungshorizont treten auf.

Dieses Verhalten läßt sich möglicherweise damit begründen, daß mit erreichter maximaler Speicherkapazität der Becken und unter Ausschluß von Entlastung die Pumpen gleichmässig (minimal) gesteuert werden müssen (Massenbilanz!). Sind die Becken jedoch nicht mehr vollständig ausgelastet, so tritt ein variabler Volumenaustausch zwischen den Becken KV1-KV23 und KV4-KV23 ein, der als Ursache für den enormen Anstieg der Variation der Bogen BP2, BP3, BP5 und BP6 bei Zuwachs des Berechnungshorizontes zu nennen ist. Der Variationsfaktor bei Berechnungshorizont 4 ist fast sechsmal so hoch wie bei Horizont 1 und sogar doppelt so hoch wie bei dem Ersatzsystem mit Entlastungsknoten. Der Grund für dieses Verhalten kann bei dem Ersatzsystem ohne Entlastungsknoten in der höheren Knotenauslastung und

somit den vielfältigeren Möglichkeiten liegen, größere Mischwassermengen zu transportieren. Der Zufluß BP7 und der Abfluß BP8 des Ausgleichbeckens der Kläranlage werden dagegen zu diesen Zeitpunkten konstant mit $240 \text{ m}^3/\Delta t$ gesteuert.

Anhand dieser Vergleichsstudie läßt sich belegen, daß der Mehraufwand für einer Kanalnetzkonfiguration mit Entlastungsknoten nicht zu rechtfertigen ist. Das Branch-and-Bound-Verfahren liefert für das Ersatzsystem ohne Überlaufknoten mit Berechnungshorizont 1 eine bessere Steuerungsstrategie in bezug auf Entlastungsvolumen, Speicherauslastung und auch Steuerung der Bogen. Bei höheren Horizonten ist diese Konfiguration eher fraglich.

Nun wurden noch weitere Simulationsläufe durchgeführt, wobei den Entlastungsbogen die gleichen konkaven Teilkostenfunktionen zugeordnet wurden wie den Entlastungsknoten des zuerst betrachteten Ersatzsystems. (Die Daten hierzu seien der Anlage 4 zu entnehmen.) Hierbei tritt wieder das Phänomen einer nun allerdings noch stärkeren Entlastung als beim Ersatzsystem mit Entlastungsknoten auf. Die Entlastungskosten aus den konkaven Teilkostenfunktionen bewirken nun sogar schon eine erste nicht unbedeutende Entlastung an der Überlaufstelle KENT11. Mit Berechnungshorizont 4 wird sogar doppelt soviel Mischwasser am Überlauf KENT51 entlastet wie letztendlich durch den Kläranlagenauslaß aus dem System abgeführt werden. Die Ursache hierfür kann in der direkten Entlastungsmöglichkeit durch die entsprechenden Bogen bei relativ geringen Kostenkoeffizienten der konkaven Teilkostenfunktionen und den fehlenden Energiekosten (vorher quadratisch) liegen. Auch Bogenvariation und Knotenauslastung verschlechtern sich enorm gegenüber dem Ersatzsystem mit Entlastungsknoten. Der Grund für die geringe Knotenauslastung liegt in dem hohen Entlastungsvolumen, der Grund für die starke Bogenvariation unter anderem in der sehr kurzen Entleerungsphase des Systems (z.B. für NBH = 4: 37 Zeitschritte).

4.3.3.5 Berechnungen mit dem Simplexverfahren

In diesem Abschnitt wird in bezug auf die Qualität der ermittelten Steuerungsstrategien ein Vergleich zwischen dem Branch-and-Bound-Verfahren und dem Simplexverfahren durchgeführt. Die zugehörigen Kostenfunktionen entnehme man den Tabellen 4.3 und 4.4. Die Randbedingungen sind bei beiden Verfahren identisch. Auch für das lineare Verfahren wurden Simulationsläufe für das Ersatzsystem mit und ohne Entlastungsknoten durchgeführt. Da zwischen den Ergebnissen dieser beiden Netzkonfigurationen keine großen Diskrepanzen auftreten, sollen aufgrund der

geringeren Rechenzeit die Berechnungen für das Ersatzsystem ohne Entlastungsknoten betrachtet werden. Das Entlastungsvolumen an den Überlaufstellen erhält man aus der Summe der Durchflüsse des zugehörigen Entlastungsbogens. Für eine Vergleichsstudie betrachte folgenden dritten Bezugsfall:

Regenereignis	Nr.3, Regensumme =15mm
	Fließzeitparameter $\alpha_u=20$ min
Kanalbeschreibung	Ersatzsystem ohne Entlastungsknoten
Optimierung	lineare Kostenfunktion
Berechnungshorizont	NBH=2

Tab. 4.16: Charakteristiken des dritten Bezugsfalls

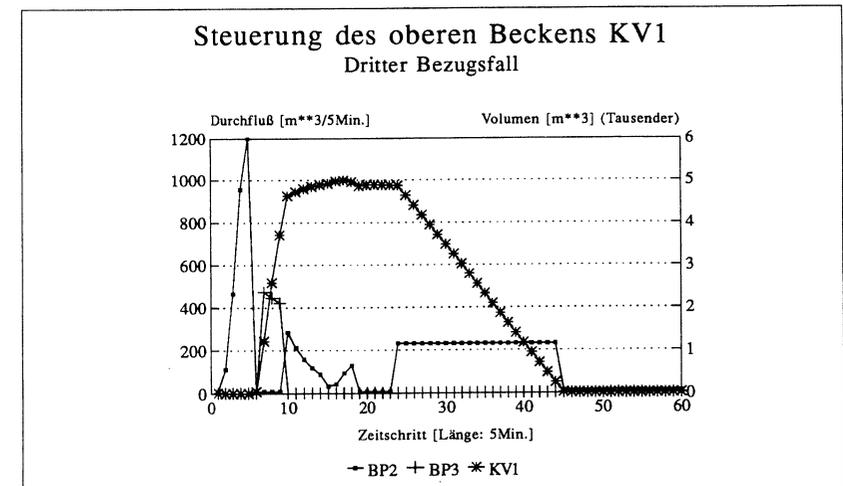


Abb. 4.25: Steuerung des oberen Beckens KV1 im 3. Bezugsfall

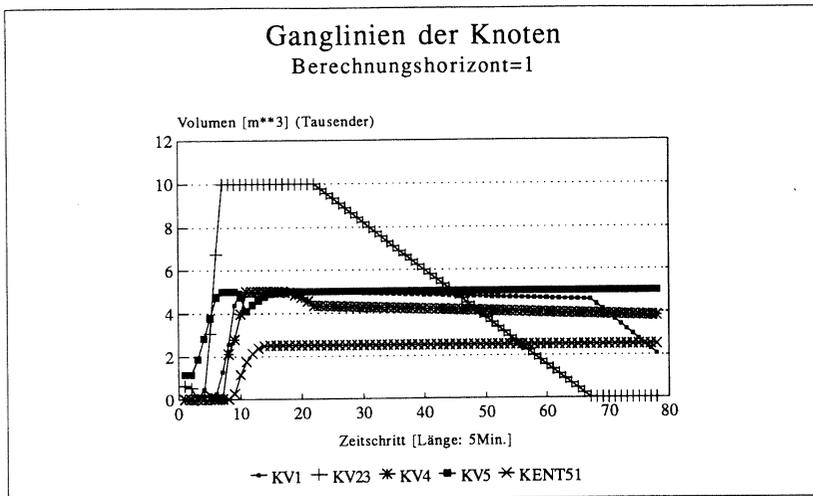


Abb. 4.26: Ganglinien der Knoten im 3. Bezugsfall, Berechnungshorizont 1

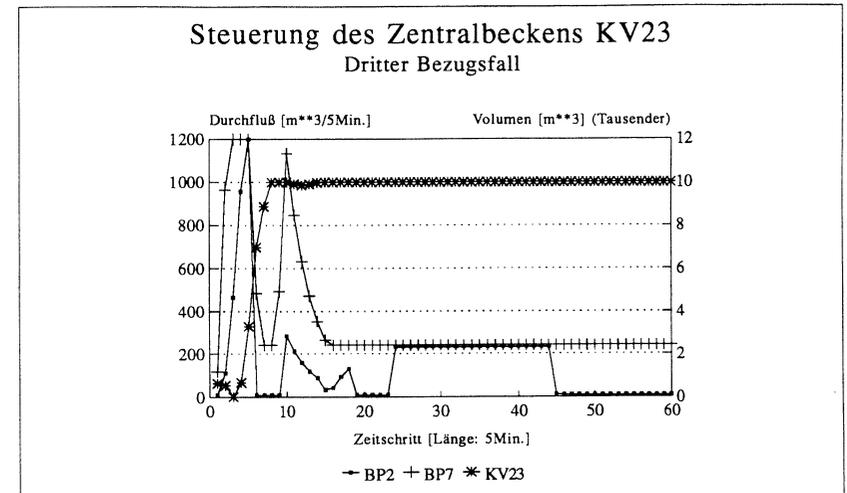


Abb. 4.28: Steuerung des Zentralbeckens KV23 im 3. Bezugsfall

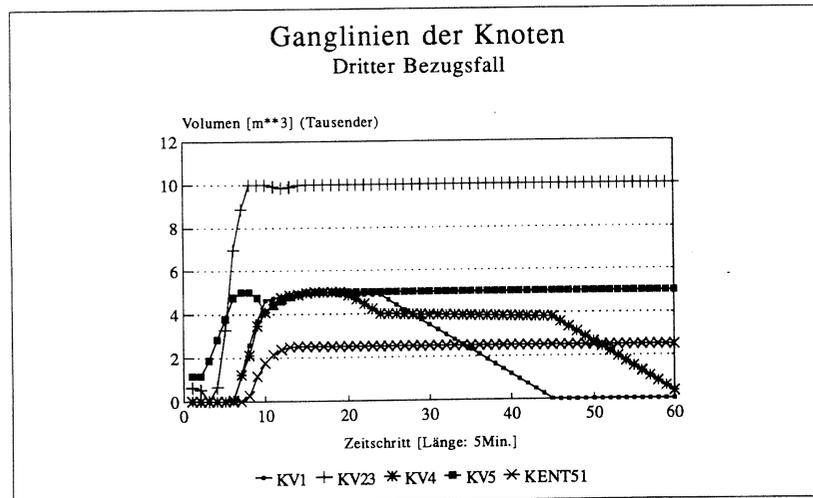


Abb. 4.27: Ganglinien der Knoten im 3. Bezugsfall

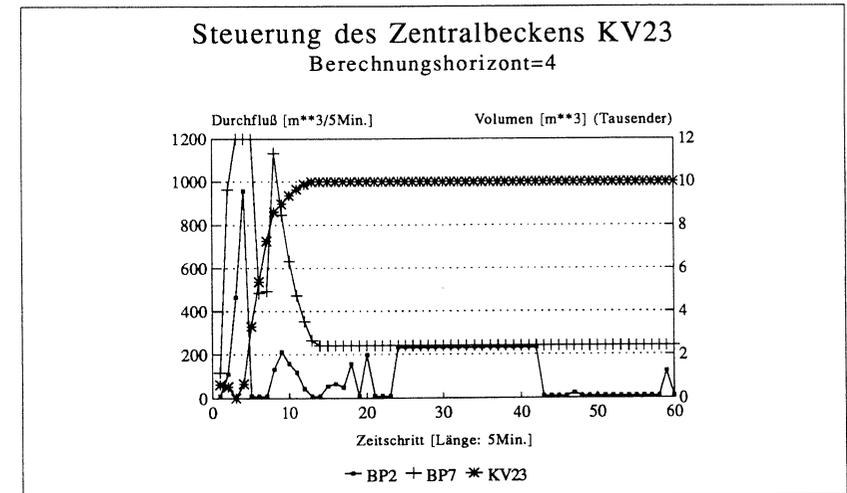


Abb. 4.29: Steuerung des Zentralbeckens KV23 im 3. Bezugsfall, Berechnungshorizont 4

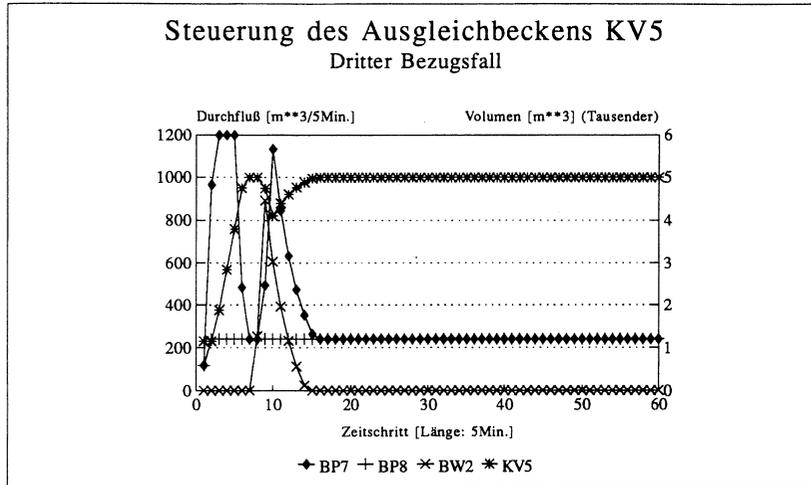


Abb. 4.30: Steuerung des Ausgleichbeckens KV5 im 3. Bezugsfall

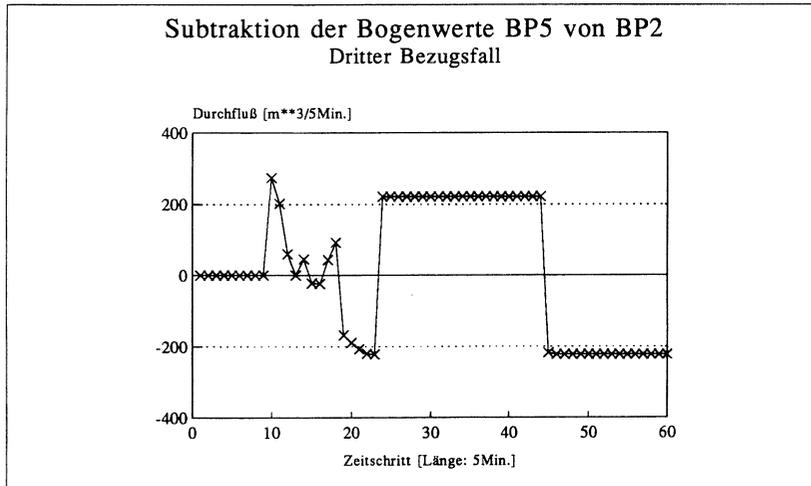


Abb. 4.31: Subtraktion der Durchflußwerte des Bogens BP5 von denen des Bogens BP2 im 3. Bezugsfall

Für die vier möglichen Berechnungshorizonte werden nun die Simulationsergebnisse betrachtet:

	Speicherauslastung			
	KV1	KV23	KV4	KV5
NBH=1				
Mittelwert [m³]	3335,09	3922,72	3579,53	4830,51
mittl. Auslastung [%]	66,70	39,23	71,59	96,61
NBH=2				
Mittelwert [m³]	1300,23	7813,94	1890,18	4830,51
mittl. Auslastung [%]	26,00	78,14	37,80	96,61
NBH=3				
Mittelwert [m³]	1539,95	7754,80	1621,02	4830,51
mittl. Auslastung [%]	30,80	77,55	32,42	96,61
NBH=4				
Mittelwert [m³]	1309,92	7565,73	1872,60	4830,98
mittl. Auslastung [%]	26,17	75,66	37,55	96,61

	Transportverhalten						
	BP2	BP3	BP5	BP6	BP7	BP8	BW2
NBH=1							
Mittelwert [m³/Δt]	92,79	16,46	100,51	25,34	302,40	238,77	25,13
mittl. Auslastung [%]	7,73	1,37	8,38	2,11	25,20	99,49	1,29
Variation [m³/Δt]	38,18	22,97	52,36	38,00	41,10		
NBH=2							
Mittelwert [m³/Δt]	93,37	13,43	86,56	8,07	302,40	238,77	25,13
mittl. Auslastung [%]	7,78	1,12	7,21	0,67	25,20	99,49	1,29
Variation [m³/Δt]	36,14	9,57	35,23	13,94	41,10		
NBH=3							
Mittelwert [m³/Δt]	87,19	8,69	83,64	5,06	302,40	238,77	25,13
mittl. Auslastung [%]	7,27	0,72	6,97	0,42	25,20	99,49	1,29
Variation [m³/Δt]	51,89	9,17,56	44,60	10,21	41,10		
NBH=4							
Mittelwert [m³/Δt]	78,78	3,24	79,26	4,00	302,40	238,77	25,12
mittl. Auslastung [%]	6,54	0,27	6,60	0,33	25,20	99,49	1,29
Variation [m³/Δt]	37,58	0,18	34,85	1,08	36,15		

Tab. 4.17: Simulationsergebnisse für das Ersatzsystem ohne Entlastungsknoten mit linearen Kosten

Auch für die mit dem Simplexverfahren durchgeführten Simulationsläufe läßt sich das gleiche Entlastungsverhalten wie bei den mit der Branch-and-Bound-Methode durchgeführten für das Ersatzsystem ohne Entlastungsknoten feststellen. In diesen Läufen tritt ebenfalls unabhängig vom Berechnungshorizont generell ein Entlastungsvolumen von 2513 m^3 , eine maximale Rate von $892,91 \text{ m}^3/\Delta t$ und eine Entlastungsdauer von 7 Zeitschritten auf. Diese Kennzeichen des Entlastungsverhaltens bei Regenereignis Nr.3 scheinen unvermeidbar zu sein. Auch bei der Simplexmethode verfrüht sich der Beginn der Entlastung mit steigendem Berechnungshorizont von Zeitschritt 10 an jeweils um einen Zeitschritt und legt das Kostenfunktionsmaximum fest, welches sich mit steigendem Berechnungshorizont wie auch bei dem anderen Verfahren verringert.

Der dritte Bezugsfall wird durch Berechnungshorizont 2 festgelegt, da sich bei Berechnungshorizont 1 eine wichtige Eigenschaft des Simplexverfahrens bemerkbar macht. Betrachte dazu die Graphik der Ganglinien der Knoten unter Berechnungshorizont 1. Wie im mathematischen Teil (Abschnitt 2.2.1) festgestellt wurde, entspricht die Lösung des Simplexverfahrens einer Ecke des durch die Randbedingungen festgelegten zulässigen Bereiches. Für die inneren Bogen bedeutet diese Eigenschaft, daß jene Bogen entweder mit minimaler oder abhängig von den Massenbilanzgleichungen mit maximal möglicher Kapazität gesteuert werden und somit bei der Sollwertbestimmung gegebenenfalls extreme Schwankungen auftreten können (Bang-Bang-Effekt). Nach Ende des Oberflächenzuflusses und der Entlastungsphase bestimmt der Kläranlagenausfluß BP8 konstant mit $240 \text{ m}^3/\Delta t$ die maximale Pumpkapazität der anderen Bogen, so daß bei gegebener Kostenfunktion zuerst das Becken KV23, dann KV1 und schließlich KV4 mit 240 m^3 pro Zeitschritt entleert werden.

Bei allen höheren Berechnungshorizonten jedoch nimmt zuerst das Speichervolumen des oberen Beckens KV1, dann das von KV4 und schließlich das Volumen des Zentralbeckens gleichmäßig mit derselben Entleerrate ab. Dieses Verhalten charakterisiert die Ganglinien der Knoten und bewirkt eine bessere mittlere Auslastung der Knoten. Die Ursache dafür, daß das Becken KV4 vor dem oberen Becken KV1 entleert wird, kann darin liegen, daß KV4 keine Überlaufstelle hat und somit keine weiteren Randbedingungen in den Steuerungsentscheidungen berücksichtigt werden müssen.

Auch bei der Darstellung dieser Simulationsergebnisse wird auf die Steuerung des Beckens KV4 verzichtet, da von der Sollwerteinstellung der Bogen BP2 und BP3 auf die von BP5 und BP6 geschlossen werden kann. Aus der Graphik zur Subtraktion der Sollwerte des Bogens BP5 von denen des Bogens BP2 wird deutlich, daß diese beiden Bogen innerhalb der ersten 20 Zeitschritte ein ähnliches Steuerungsverhalten aufweisen. Läßt der Oberflächenzufluß für die Becken nach, so entleeren diese beiden

Bogen im Wechsel die zugehörigen Becken. Die Rückförderbogen BP3 und BP6 werden wegen der großen Belastung nur zu Beginn des Regenereignisses benötigt und später nicht mehr aktiv.

Mit steigendem Berechnungshorizont machen sich lediglich zu Anfang des Simulationslaufes geringere Differenzen innerhalb der Förderraten bei den Bogen BP2 und BP5 bemerkbar (siehe Abb.4.29), so daß der Kläranlagenzufluß BP7 in seinen Durchflußraten weniger variiert und auch keine Rückförderung von Mischwasser über die Bogen BP3 bzw. BP6 mehr notwendig wird. Diese Verhalten begründet eine langsamere Befüllung aller inneren Becken und insbesondere für die vier Bogen BP2, BP3, BP5 und BP6 eine etwas geringere Auslastung.

Um einen Vergleich zwischen den beiden Verfahren durchzuführen, werden im folgenden die Simulationsergebnisse des dritten Bezugsfalles mit denen des zweiten Bezugsfalles betrachtet. Das Entlastungsverhalten der beiden Simulationsläufe ist annähernd gleich und somit für eine Bewertung der Verfahren unter den gegebenen Voraussetzungen als Kriterium nicht verwendbar. Hinsichtlich der Speicherauslastung läßt sich feststellen, daß bei beiden Verfahren zu jedem Zeitpunkt das gesamte Volumen innerhalb Netzes gleich ist. Mit dem Branch-and-Bound-Verfahren wird jedoch eine bessere Volumenverteilung erzielt, so daß ein erneutes Niederschlagsereignis nicht zu einer Überlastung des Netzes führen muß.

Vergleicht man die Steuerung des Ausgleichbeckens KV5 (Abb. 4.30 und Abb. 4.23), so lassen sich keine großen Unterschiede feststellen. Bei der Steuerung des Zentralbeckens KV23 ist für beide Simulationsläufe eine Rückförderung des Mischwassers unvermeidbar. Der wechselnde Zufluß von den Becken KV1 und KV4 wird durch das Branch-and-Bound-Verfahren unterbunden. Ein Nachteil dieser Methode besteht jedoch darin, daß eine gleichzeitige Aktivierung der Bogen BP2 und BP3 bzw. BP5 und BP6 nicht verhindert werden kann. Ferner ist die durchschnittliche Variation der Bogen BP2, BP3, BP5 und BP6 für den zweiten Bezugsfall höher. Berechnet man dagegen die Variation über 60 statt 100 Zeitschritte, um den Bereich großer Schwankungen bei den betreffenden Bogen auszuschließen, so sinkt dieser Faktor um ca. 5%. Da das Branch-and-Bound-Verfahren in bezug auf Rechenzeit und -kapazität langsamer und größer ist, müssen bei einer Steuerung mit den vorgestellten Verfahren die bisher genannten Vor- und Nachteile abgewogen werden.

4.3.3.6 Einfluß des d -Terms

Um große Schwankungen der Bogendurchflüsse von einem Zeitpunkt zum nächsten zu verhindern, wurde die Ableitung $\frac{dBP_i}{dt}$ als Bestandteil der Teilkostenfunktion realisiert und durch den Differenzenquotienten approximiert. Dieser Term zusammen mit dem Wichtungsfaktor d bildet den d -Term. Der Wichtungsfaktor wurde für die Bogen BP2, BP3, BP5, BP6 und BP7 mit 10, für den Bogen BP8 mit 50 und für die Bogen BP1 und BP4 mit 100 festgelegt. Ein positiver d -Faktor bewirkt eine Wichtung der Durchflußabnahme über den betrachteten Berechnungshorizont (siehe Definition der nichtlinearen Kostenfunktion (3.2)). Da der Einfluß dieses Terms auf die Steuerungsentscheidungen mit wachsendem Berechnungshorizont abnimmt, werden lediglich Simulationsläufe mit Horizont 1 und 2 betrachtet. Möglicherweise kann durch eine Vergleichmäßigung der Pumpenförderleistungen ein Zuwachs des Entlastungsvolumens eintreten.

Zuerst wurden einige Simulationsläufe durchgeführt, wobei sämtliche d -Terme der Kostenfunktion mit dem Faktor 0 belegt wurden. Anhand der Ergebnisse (siehe Anlage 4) ließen sich jedoch keine Verbesserungen hinsichtlich der Bogensteuerung erkennen. Die größte Differenz zu den Resultaten mit der ursprünglichen Kostenfunktion für das Ersatzsystem mit Entlastungsknoten lag in der vermuteten Erhöhung des Entlastungsvolumens (ungefähr 2000 m^3) bei den starken Regenerenissen (Nr.2-6). Dieses Verhalten kann durch die Eigenschaften konkaver Kostenfunktionen bei größerer Entlastung und durch eine extrem lange Entlastungsdauer begründet werden (Für das Ergebnis des ersten Bezugsfalls mit den neuen Kostenfaktoren z.B. 64 statt 37 Zeitschritte). In den ersten 12 Zeitschritten sind die Ganglinien der Bogen für dasselbe Ereignis mit und ohne d -Faktoren fast identisch. Eine verlängerte Entlastungsdauer und ein größeres Volumen entstehen nun dadurch, daß bei der Kostenfunktion ohne diese Faktoren die Förderrate des Bogens BP7 trotz vollständig gefülltem Ausgleichbecken länger über dem Kläranlagenausfluß liegt und somit auch die Auslastung der Bogen BP2 und BP5 etwas verstärkt wird. Hier könnte der Einsatz des d -Termes mit der Durchflußabnahme dieser Bogen begründet werden. Auf die gesamte mittlere Auslastung und die durchschnittliche Variation der Förderraten bei den Bogen BP2, BP3, BP5 und BP6 hat dieses Verhalten jedoch keine Auswirkungen, wie sich auch die Wechselwirkungen zwischen diesen vier Bogen eventuell wegen den gleichverteilten d -Termen nicht verbessert hat. Für das Kanalsystem ohne Entlastungsknoten konnten keine bezeichnenden Unterschiede festgestellt werden.

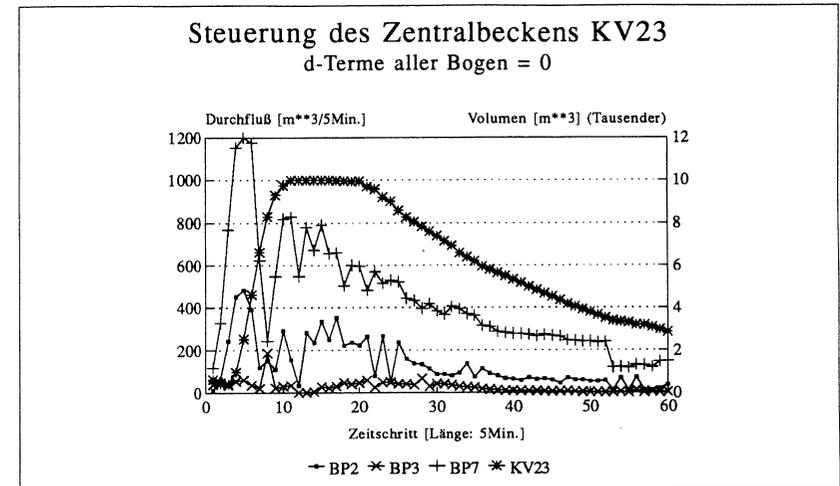
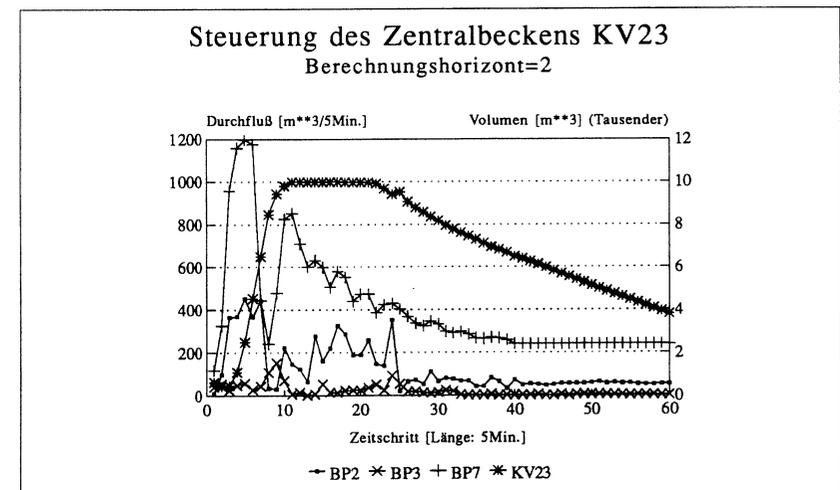
Abb. 4.32: Steuerung des Zentralbeckens KV23 mit d -Termen = 0

Abb. 4.33: Steuerung des Zentralbeckens KV23 mit alter Kostenfunktion

Daraufhin wurden weitere Simulationsläufe durchgeführt, bei denen ebenfalls sämtliche d -Faktoren der Kostenfunktion auf 0 und nur der d -Faktor der Pumpe BP2 auf 10 gesetzt wurde. Einige Resultate der Simulationsläufe für Berechnungshorizont 1 sind in den folgenden Tabellen dargestellt. Ferner werden beispielhaft die Steuerungsentscheidungen für das Ersatzsystem ohne Entlastungsknoten unter dem Belastungsfall Regenereignis Nr.3 und der neuen Kostenfunktion graphisch dargestellt, um einen Vergleich mit dem zweiten Bezugsfall durchführen zu können.

	Entlastungsverhalten			
	KENT11	KENT12	KENT21	KENT51
Ersatzsystem mit Entlastungsknoten, Regenereignis Nr.3				
Volumen [m ³]	0,69	58,94	0,00	4786,2
max. Entlastungsrate [m ³]	0,69	47,15	0,00	892,91
Dauer [Zeitschritte]	1	3	0	35
nur d-Term von BP2 = 10				
Volumen [m ³]	636,77	229,97	0,00	6036,66
max. Entlastungsrate [m ³]	140,42	115,00	0,00	892,91
Dauer [Zeitschritte]	8	5	0	43
Ersatzsystem ohne Entlastungsknoten, Regenereignis Nr.3				
Volumen [m ³]	0,00	0,00	0,00	2873,38
max. Entlastungsrate [m ³]	0,00	0,00	0,00	892,91
Dauer [Zeitschritte]	0	0	0	7
nur d-Term von BP2 = 10				
Volumen [m ³]	0,00	0,00	0,00	2504,59
max. Entlastungsrate [m ³]	0,00	0,00	0,00	892,91
Dauer [Zeitschritte]	0	0	0	7
Ersatzsystem ohne Entlastungsknoten, Regenereignis Nr.5				
Volumen [m ³]	0,00	1260,43	0,00	4524,98
max. Entlastungsrate [m ³]	0,00	742,32	0,00	960,00
Dauer [Zeitschritte]	0	3	0	8
nur d-Term von BP2 = 10				
Volumen [m ³]	0,00	918,28	0,00	4524,98
max. Entlastungsrate [m ³]	0,00	480,63	0,00	960,00
Dauer [Zeitschritte]	0	3	0	8

	Speicherauslastung			
	KV1	KV23	KV4	KV5
Ersatzsystem mit Entlastungsknoten, Regenereignis Nr.3				
Mittelwert [m ³]	2073,19	5442,22	2190,70	4499,70
mittl. Auslastung [%]	41,46	54,42	43,81	89,99
nur d-Term von BP2 = 10				
Mittelwert [m ³]	2206,09	4456,74	1677,50	4223,57
mittl. Auslastung [%]	44,12	44,57	33,55	84,47
Ersatzsystem ohne Entlastungsknoten, Regenereignis Nr.3				
Mittelwert [m ³]	2516,46	6224,21	2499,88	4438,19
mittl. Auslastung [%]	50,33	62,24	50,00	88,76
nur d-Term von BP2 = 10				
Mittelwert [m ³]	2976,35	5915,84	2310,30	4456,37
mittl. Auslastung [%]	59,53	59,16	46,21	89,13
Ersatzsystem ohne Entlastungsknoten, Regenereignis Nr.5				
Mittelwert [m ³]	2544,21	6265,18	2534,02	4431,39
mittl. Auslastung [%]	50,88	62,65	50,68	88,63
nur d-Term von BP2 = 10				
Mittelwert [m ³]	2998,93	5986,67	2369,65	4404,36
mittl. Auslastung [%]	59,98	59,87	47,39	88,09

	Transportverhalten						
	BP2	BP3	BP5	BP6	BP7	BP8	BW2
Ersatzsystem mit Entlastungsknoten, Regenereignis Nr.3							
Mittelwert[m ³ /Δt]	98,03	23,06	93,26	18,70	297,26	236,00	48,35
mittl.Auslastung [%]	8,17	1,92	7,77	1,56	24,77	98,33	2,48
Variation[m ³ /Δt]	64,14	14,00	55,35	13,77	67,01		
nur d-Term von BP2 = 10							
Mittelwert[m ³ /Δt]	75,97	10,07	98,58	23,00	305,58	236,22	60,37
mittl.Auslastung [%]	6,33	0,84	8,22	1,92	25,46	98,43	3,10
Variation[m ³ /Δt]	54,79	8,92	59,08	17,04	73,49		
Ersatzsystem ohne Entlastungsknoten, Regenereignis Nr.3							
Mittelwert[m ³ /Δt]	78,86	10,95	83,73	15,87	274,72	234,99	28,73
mittl.Auslastung [%]	6,57	0,91	6,98	1,32	22,89	97,91	1,47
Variation[m ³ /Δt]	43,88	9,92	45,94	8,93	42,89		
nur d-Term von BP2 = 10							
Mittelwert[m ³ /Δt]	65,60	2,09	89,65	18,85	278,21	238,77	25,05
mittl.Auslastung [%]	5,47	0,17	7,47	1,57	23,18	99,48	1,28
Variation[m ³ /Δt]	33,80	3,01	43,78	12,90	50,17		
Ersatzsystem ohne Entlastungsknoten, Regenereignis Nr.5							
Mittelwert[m ³ /Δt]	76,70	13,98	88,25	12,95	291,79	235,26	45,25
mittl.Auslastung [%]	6,39	1,16	7,35	1,08	24,32	98,02	2,32
Variation[m ³ /Δt]	38,12	9,71	45,26	11,06	45,30		
nur d-Term von BP2 = 10							
Mittelwert[m ³ /Δt]	63,06	2,83	90,51	13,57	295,22	238,77	45,25
mittl.Auslastung [%]	5,25	0,24	7,54	1,13	24,60	99,49	2,32
Variation[m ³ /Δt]	32,79	4,07	39,40	6,23	44,81		

Tab. 4.18: Simulationsergebnisse mit d-Term von BP2 = 10 für Berechnungshorizont 1

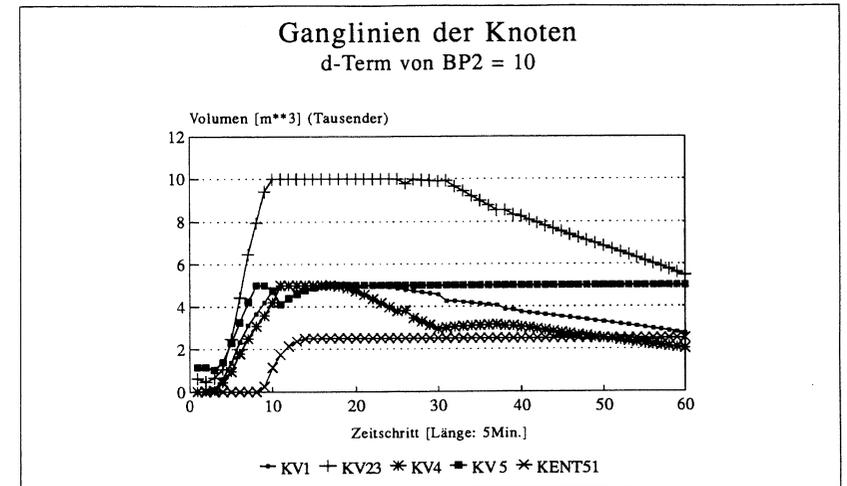


Abb. 4.34: Ganglinien der Knoten mit d-Term von BP2 = 10, Ersatzsystem ohne Entlastungsknoten

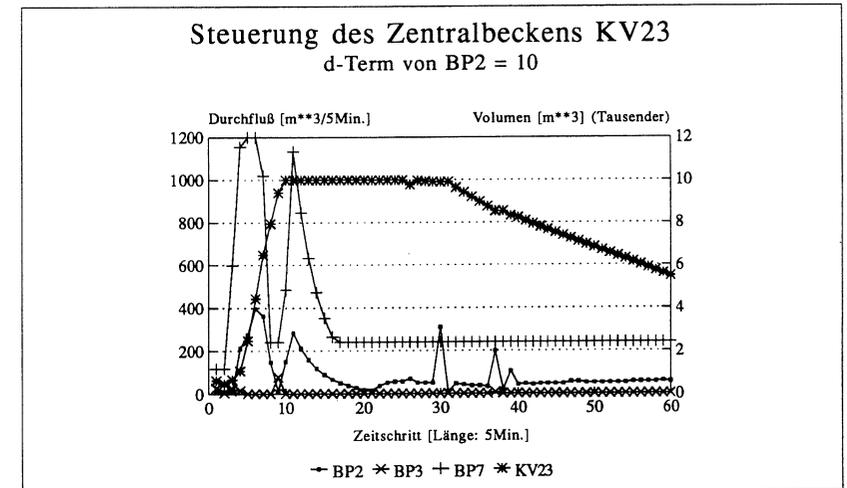


Abb. 4.35: Steuerung des Zentralbeckens KV23 mit d-Term von BP2 = 10, Ersatzsystem ohne Entlastungsknoten

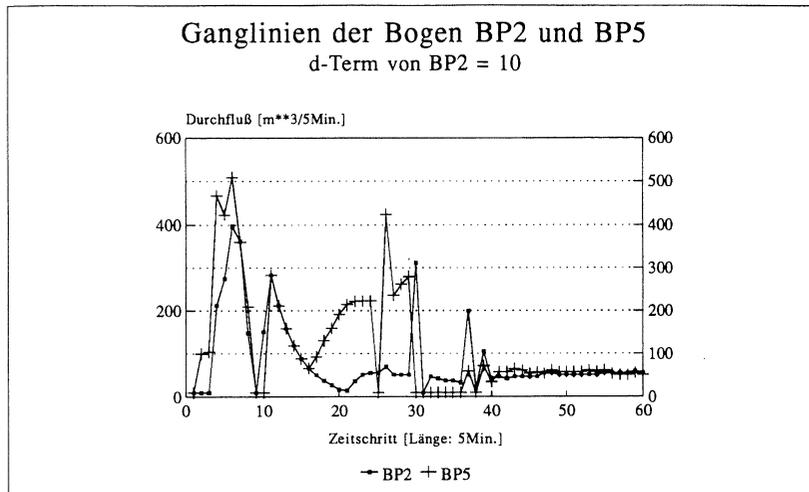


Abb. 4.36: Vergleich der Ganglinien der Bogen BP2 und BP5, d -Term von BP2 = 10, Ersatzsystem ohne Entlastungsknoten

Für die Simulationsläufe mit einer Kostenfunktion, bei der lediglich der d -Term des Bogens BP2 mit 10 festgelegt wurde, tritt hinsichtlich des Entlastungsvolumens kein Unterschied zu den Resultaten einer Kostenfunktion ohne d -Terme auf. Die gewünschte Vergleichmäßigung in der Pumpenförderung für Bogen BP2 wird bei dem Ersatzsystem mit Entlastungsknoten meist dadurch deutlich, daß unter den entsprechenden Regenbelastungen verstärkt an den Überlaufstellen des oberen Beckens (KENT11 und KENT12) Mischwasser abgeschlagen wird. Dieser Rückhalt des Regenwassers zeigt sich bei beiden Kanalnetzkonfigurationen durch die längere Entleerungsphase des Beckens KV1 und durch die gesamte Volumenverteilung (Abb.4.34). Die durchschnittliche Auslastung der Knoten KV1 und KV23 ist gleich, während das Becken KV4 um ca. 10% weniger beansprucht wird. Dieser Verlauf gibt Aufschluß über das Transportverhalten der Bogen. Aufgrund einer geringeren Durchflußrate des Bogens BP2 und der gleichmäßigen Volumenverteilung zwischen den Becken KV1 und KV23 ist eine Aktivierung des Bogens BP3 nur unter extremer Belastung zu Beginn der Simulation notwendig.

Besonders bei erhöhter Beanspruchung zur Befüllung und kurz vor Beginn der Entleerung des Zentralbeckens ist erwartungsgemäß die Pumpenförderleistung der Pumpe BP2 gleichmäßiger und geringer, besonders im Vergleich mit der Pumpe BP5. Bei vollständig gefülltem Zentralbecken ist nun primär der Bogen BP5 für die Förderrate des Kläranlagenzuflusses BP7 verantwortlich. Hat das Becken KV4 eine

gewisse Schwelle (ca. 2900 m³) unterschritten, so beginnt nun auch die Entleerung des Zentralbeckens und die beiden Zuflüßbogen BP2 und BP5 werden mit derselben Durchflußrate gesteuert. Im Vergleich mit den Resultaten bei einer Kostenfunktion mit d -Termen treten in bezug auf mittlere Auslastung und durchschnittliche Variation der Bogen mit Ausnahme der Pumpe BP2 keine großen Unterschiede auf.

Der Einsatz eines d -Termes für alle wichtigen Bogen gleichzeitig erzielt nicht die gewünschte Vergleichmäßigung der Pumpenförderleistung, sondern bewirkt lediglich zu Beginn der Entleerungsphase geringere Förderraten und somit bei einer Kanalnetzkonfiguration mit Entlastungsknoten eine Verminderung der Entlastungsdauer und des Volumens. Wird dieser Term jedoch gezielt eingesetzt, so wird das Mischwasser ebenfalls durch geringere Pumpleistungen im System zurückgehalten und gegebenenfalls eine Rückförderung in höherliegende Becken verhindert.

4.3.3.7 Notwendigkeit der Rückförderpumpen

Hinsichtlich der Sensitivität des Modells soll in diesem Abschnitt die Notwendigkeit der Rückförderung von Mischwasser und somit der Existenz der Pumpen BP3 und BP6 bei Extremereignissen betrachtet werden. Wie bei dem Bezugsfall in Abschnitt 4.8 schon bemerkt wurde, kann die Eindeutigkeit der Berechnungsentscheidungen fraglich sein, da mehrere Kombinationen der Förderleistungen der Bogen BP2, BP3, BP5 und BP6 zum gleichen Volumenaustausch zwischen den Becken KV1-KV23 und KV4-KV23 führen können. Dazu wurden Simulationsläufe durchgeführt, die sich auf das gegebene synthetische Kanalnetz allerdings ohne den Rücklaufbogen BP3 beziehen.

Repräsentativ werden an dieser Stelle die Simulationsergebnisse für das Ersatzsystem mit und ohne Entlastungsknoten jeweils mit und ohne Bogen BP3 für Berechnungshorizont 2 und Regenereignis Nr.3 angeführt.

	Entlastungsverhalten			
	KENT11	KENT12	KENT21	KENT51
Ersatzsystem mit Entlastungsknoten				
Volumen [m ³]	12,94	15,53	0,00	6185,90
max. Entlastungsrate [m ³]	11,75	15,53	0,00	614,32
Dauer [Zeitschritte]	2	1	0	34
Ersatzsystem mit Entlastungsknoten ohne Bogen BP3				
Volumen [m ³]	2,90	87,96	0,00	8067,03
max. Entlastungsrate [m ³]	2,90	63,46	0,00	748,86
Dauer [Zeitschritte]	1	2	0	37
Ersatzsystem ohne Entlastungsknoten				
Volumen [m ³]	0,00	0,00	0,00	2508,71
max. Entlastungsrate [m ³]	0,00	0,00	0,00	892,91
Dauer [Zeitschritte]	0	0	0	7
Ersatzsystem ohne Entlastungsknoten ohne Bogen BP3				
Volumen [m ³]	0,00	0,00	0,00	2510,43
max. Entlastungsrate [m ³]	0,00	0,00	0,00	634,15
Dauer [Zeitschritte]	0	0	0	6

	Speicherauslastung			
	KV1	KV23	KV4	KV5
Ersatzsystem mit Entlastungsknoten				
Mittelwert [m ³]	1983,71	5375,25	1982,75	4596,00
mittl. Auslastung [%]	39,67	53,75	39,66	91,92
Ersatzsystem mit Entlastungsknoten ohne Bogen BP3				
Mittelwert [m ³]	1998,92	5265,85	1994,53	4607,52
mittl. Auslastung [%]	39,98	52,66	39,89	92,15
Ersatzsystem ohne Entlastungsknoten				
Mittelwert [m ³]	2448,18	6140,90	2430,64	4614,4
mittl. Auslastung [%]	48,96	61,41	48,61	92,29
Ersatzsystem ohne Entlastungsknoten ohne Bogen BP3				
Mittelwert [m ³]	2432,70	6181,15	2441,59	4573,90
mittl. Auslastung [%]	48,65	61,81	48,83	91,48

	Transportverhalten						
	BP2	BP3	BP5	BP6	BP7	BP8	BW2
Ersatzsystem mit Entlastungsknoten							
Mittelwert [m ³ /Δt]	122,03	39,64	116,05	32,65	326,07	236,311	68,73
mittl. Auslastung [%]	10,17	3,30	9,67	2,72	27,17	98,46	3,53
Variation	62,16	17,08	60,31	14,64	51,36		
Ersatzsystem mit Entlastungsknoten ohne Bogen BP3							
Mittelwert [m ³ /Δt]	94,95		128,46	34,85	363,07	234,31	102,11
mittl. Auslastung [%]	7,91		10,71	2,90	30,26	97,63	5,24
Variation	51,55		72,18	21,55	59,91		
Ersatzsystem ohne Entlastungsknoten							
Mittelwert [m ³ /Δt]	91,52	22,66	101,61	29,16	282,29	238,77	25,09
mittl. Auslastung [%]	7,62	1,91	8,46	2,43	23,52	99,49	1,29
Variation	58,90	20,70	78,60	22,68	52,67		
Ersatzsystem ohne Entlastungsknoten ohne Bogen BP3							
Mittelwert [m ³ /Δt]	73,75		94,82	26,48	283,34	238,77	25,10
mittl. Auslastung [%]	6,15		7,90	2,21	23,61	99,49	1,29
Variation	43,95		44,39	13,82	49,62		

Tab. 4.19: Simulationsergebnisse mit und ohne Bogen BP3 für Berechnungshorizont 2 und Regenerereignis Nr.3

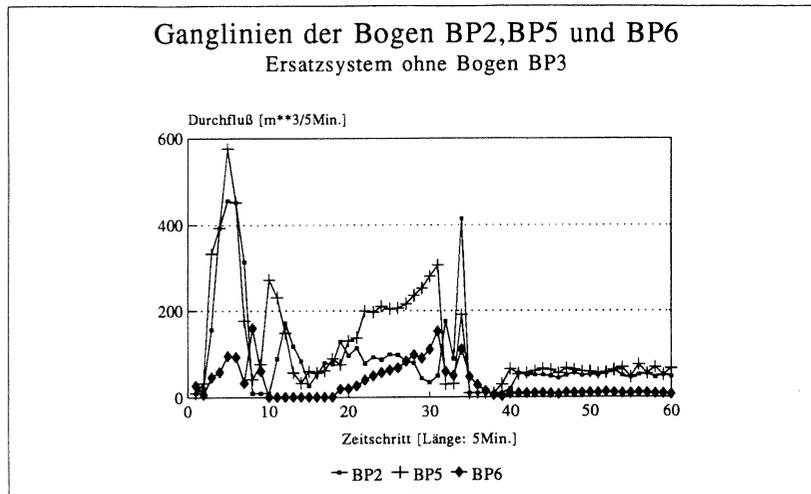


Abb. 4.37: Ganglinien der Bogen BP2, BP5 und BP6 für Berechnungshorizont 2, Ersatzsystem ohne Entlastungsknoten und ohne Bogen BP3

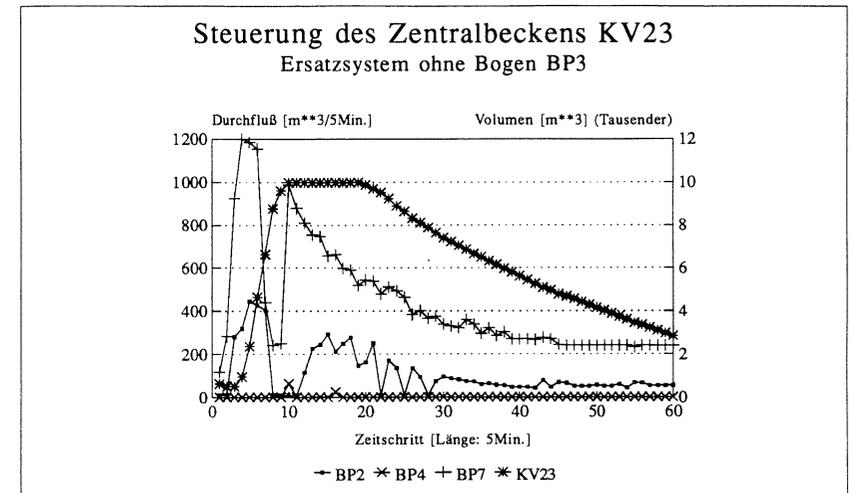


Abb. 4.39: Steuerung des Zentralbeckens KV23 für das Ersatzsystem mit Entlastungsknoten und ohne Bogen BP3

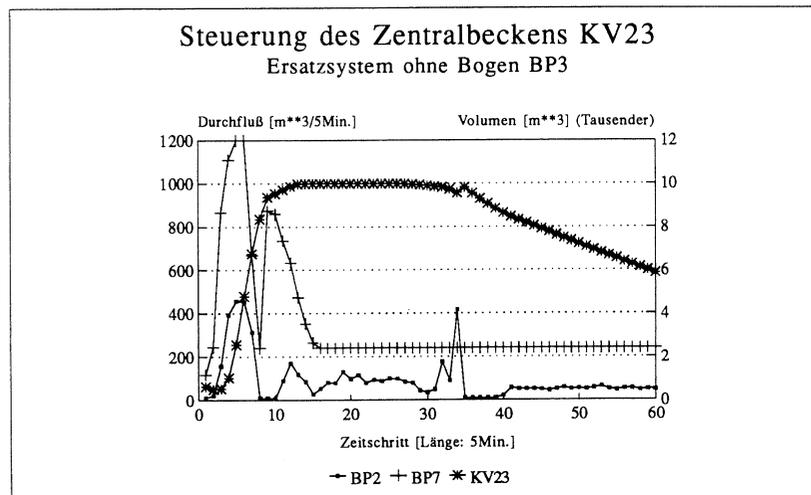


Abb. 4.38: Steuerung des Zentralbeckens KV23 für das Ersatzsystem ohne Entlastungsknoten und ohne Bogen BP3

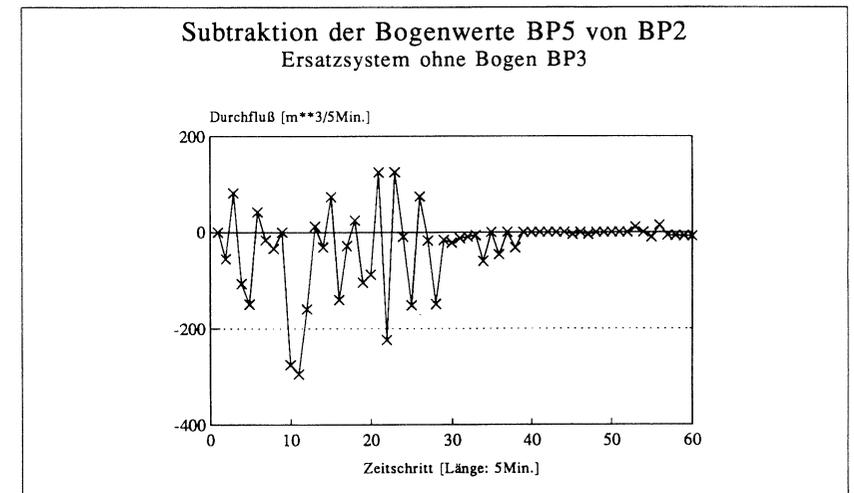


Abb. 4.40: Subtraktion der Durchflußwerte des Bogens BP5 von BP2 für das Ersatzsystem mit Entlastungsknoten ohne Bogen BP3

Hinsichtlich des Entlastungsvolumens des Kanalnetzes ohne Bogen BP3 werden bei dem Ersatzsystem mit Entlastungsknoten mindestens 1000 m^3 Mischwasser mehr abgeschlagen, und zwar ausschließlich an der Überlaufstelle KENT51. Dieses Verhalten verursacht eine geringere prozentuale Auslastung der inneren Becken. Hinsichtlich ihrer Ganglinien lassen sich keine Differenzen feststellen, zumal das Becken KV4 während der Entleerungsphase des Systems von jeher gegenüber dem oberen Becken KV1 trotz gleichmäßiger Überregnung geringfügig bevorzugt wurde.

Durch das Fehlen der Pumpe BP3 wird jedoch erwartungsgemäß das Transportverhalten des Bogens BP2 verändert. Besonders bei höheren Berechnungshorizonten geht zum einen die durchschnittliche Variation dieses Bogens um mindestens $10 \text{ m}^3/\Delta t$ zurück und zum anderen sinkt die prozentuale Auslastung. Dieses Verhalten wirkt sich auf die Bogen BP5 und BP6 aus. Obwohl die Pumpe BP5 gegenüber der Pumpe BP2 stärker beansprucht wird, fließt genausoviel Wasser aus dem oberen Becken KV1 wie aus dem Becken KV4 zum Zentralbecken. Diese Tatsache belegt, daß sich die Wechselwirkung zwischen den Bogen BP5 und BP6 nicht entscheidend verbessert hat, obwohl die Spanne zwischen den Förderraten dieser Bogen verringert worden ist und auch die Auslastung höhere Werte aufweist. Dieses Verhalten und das Fehlen des zweiten Rücklaufbogens begründet den um ca. 3% höheren Zufluß über die Pumpe BP7 zum Ausgleichbecken und die daraus folgende stärkere Entlastung. Das Vorhandensein der Pumpe BP3 bewirkt für diesen Fall bei gleichmäßiger Überregnung insgesamt also keine entscheidende Verbesserung der Steuerungsergebnisse.

Für das Ersatzsystem ohne Entlastungsknoten tritt aufgrund der höheren, nicht konkaven Entlastungskosten kein verstärktes Abschlagen des Mischwassers und keine höhere Auslastung der Pumpe BP7 auf. Auch für dieses Netz verbessert sich besonders bei höheren Berechnungshorizonten die Variation der Förderleistungen, welche nun trotz des fehlenden Bogens für die Pumpen BP2 und BP5 gleich ist, gegenüber den Simulationsergebnissen bei vorhandenem Bogen BP3. Weiterhin verringert sich die Auslastung der beiden Zulaufbogen BP2 und BP5, so daß der Rücklaufbogen BP6 nicht häufig beansprucht werden muß. Da die erhaltenen Steuerungsstrategien fast genauso gut wie die für Berechnungshorizont 1 mit vorhandenem Bogen BP3 sind (siehe Bezugsfall), kann durch das Fehlen eines Rücklaufbogens lediglich für Berechnungshorizonte größer als 2 eine Verbesserung hinsichtlich der Wechselwirkung der Bogen und des widersinnigen Volumenaustausches zwischen den Becken KV1-KV23 und KV4-KV23 erzielt werden.

Werden nun noch die Simulationsergebnisse zum Simplexverfahren betrachtet, so stellt sich eine Mischung der obigen Darstellungen ein. Hinsichtlich des Entlastungsvolumens und der Speicherauslastung der inneren Knoten lassen sich für das Ersatzsystem ob mit oder ohne Entlastungsknoten bei diesem Verfahren keine markanten

Änderungen feststellen. Durch das Fehlen tritt jedoch ein Wechsel in der Reihenfolge der Entleerung der Becken ein. Nun wird zuerst das Becken KV4 und dann das obere Becken KV1 geleert. Dieses Verhalten kann die Ursache für eine geringfügig höhere Variation der Pumpen BP5 und BP6 besonders aufgrund der verstärkten Belastung zu Anfang der Simulation darstellen. Beginnt nun die Entleerungsphase des Systems, so werden die Bogen BP2 und BP5 aufgrund der bezeichnenden Eigenschaft des Simplexverfahrens (Bang-Bang-Effekt, siehe dritter Bezugsfall, Abschnitt 4.3.3.5) im Wechsel gesteuert, während die Pumpe BP6 nicht mehr aktiviert zu werden braucht. Da sich aufgrund dieses Verhaltens die Variation und Auslastung der Pumpe BP2 und auch die Auslastung der Pumpen BP5 und BP6 u.a. auch bei höheren Berechnungshorizonten nicht ändern, bewirkt das Fehlen der Pumpe BP3 für dieses Verfahren keine Qualitätsverbesserung der Steuerungsergebnisse.

4.3.3.8 Einfluß der Belastung

Abschließend werden in diesem Abschnitt Sensitivitätsanalysen hinsichtlich der Zuflußvorhersage erstellt, um die Reaktion des Kanalnetzes und der Optimierungsverfahren auf schnellere und größere Wellen bei perfekter Zuflußvorhersage zu ermitteln. Da das Ersatzsystem mit Überlaufstellen und konkaven Teilkostenfunktionen für die Entlastungsstellen am anfälligsten auf die verschiedenen Regenereignisse reagiert, wird anhand dieser Konfiguration der Einfluß der Belastungsfälle dargestellt. Die einzelnen Regenereignisse unterscheiden sich zum einen durch die Regensumme, also durch den Gesamtzufluß zum Netz, und zum anderen durch den Fließzeitparameter α_u . Je kleiner der Wert dieses Parameters ist, desto höher ist die Spitzenzuflußrate zum Netz bei gleichbleibendem Gesamtzufluß.

	Entlastungsverhalten			
	KENT11	KENT12	KENT21	KENT51
Regenereignis Nr.2				
Volumen [m ³]	0,00	1539,06	0,00	4653,12
max. Entlastungsrate [m ³]	0,00	538,29	0,00	960,00
Dauer [Zeitschritte]	0	6	0	30
Regenereignis Nr.3				
Volumen [m ³]	0,69	58,94	0,00	4786,20
max. Entlastungsrate [m ³]	0,69	47,15	0,00	692,91
Dauer [Zeitschritte]	1	2	0	37
Regenereignis Nr.4				
Volumen [m ³]	25,25	95,95	0,00	3568,79
max. Entlastungsrate [m ³]	19,59	53,98	0,00	351,30
Dauer [Zeitschritte]	2	3	0	35
Regenereignis Nr.5				
Volumen [m ³]	274,86	1285,86	666,01	5618,33
max. Entlastungsrate [m ³]	143,88	369,25	0,00	659,43
Dauer [Zeitschritte]	2	7	0	37

	Speicherauslastung			
	KV1	KV23	KV4	KV5
Regenereignis Nr.2				
Mittelwert [m ³]	1811,20	4915,02	1951,61	4320,17
mittl.Auslastung [%]	36,22	49,15	39,03	86,40
Regenereignis Nr.3				
Mittelwert [m ³]	2073,19	5442,22	2190,70	4499,71
mittl.Auslastung [%]	41,46	54,42	43,81	89,99
Regenereignis Nr.4				
Mittelwert [m ³]	2219,49	5724,78	2310,69	4588,36
mittl.Auslastung [%]	44,39	57,25	46,21	91,77
Regenereignis Nr.5				
Mittelwert [m ³]	2078,76	5437,92	2197,80	4475,75
mittl.Auslastung [%]	41,58	54,38	43,96	89,51

	Transportverhalten						
	BP2	BP3	BP5	BP6	BP7	BP8	BW2
Regenereignis Nr.2							
Mittelwert [m ³ /Δt]	80,79	22,42	89,47	15,61	288,21	236,93	46,53
mittl.Auslastung [%]	6,73	1,87	7,46	1,30	24,02	98,72	2,39
Variation [m ³ /Δt]	66,27	15,64	60,43	13,75	46,76		
Regenereignis Nr.3							
Mittelwert [m ³ /Δt]	98,03	23,06	93,26	18,70	297,26	236,00	48,35
mittl.Auslastung [%]	8,17	1,92	7,77	1,56	24,77	98,33	2,48
Variation [m ³ /Δt]	64,14	14,00	55,35	13,77	67,01		
Regenereignis Nr.4							
Mittelwert [m ³ /Δt]	93,49	19,22	86,55	14,59	290,75	235,80	36,05
mittl.Auslastung [%]	7,79	1,60	7,21	1,22	24,23	98,25	1,85
Variation [m ³ /Δt]	59,07	10,63	48,58	7,87	62,06		
Regenereignis Nr.5							
Mittelwert [m ³ /Δt]	91,73	25,01	97,52	16,27	303,39	235,78	56,18
mittl.Auslastung [%]	7,64	2,08	8,13	1,36	25,28	98,24	2,88
Variation [m ³ /Δt]	59,55	14,13	58,76	14,94	66,81		

Tab. 4.20: Simulationsergebnisse für verschiedene Belastungsfälle für das Ersatzsystem mit Entlastungsknoten und Berechnungshorizont 1

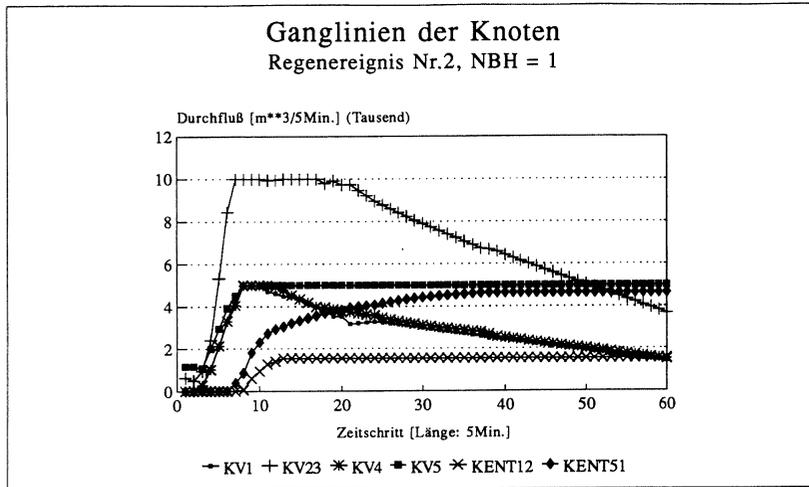


Abb. 4.41: Ganglinien der Knoten für das Ersatzsystem mit Entlastungsknoten unter Berechnungshorizont 1, Regenereignis Nr.6

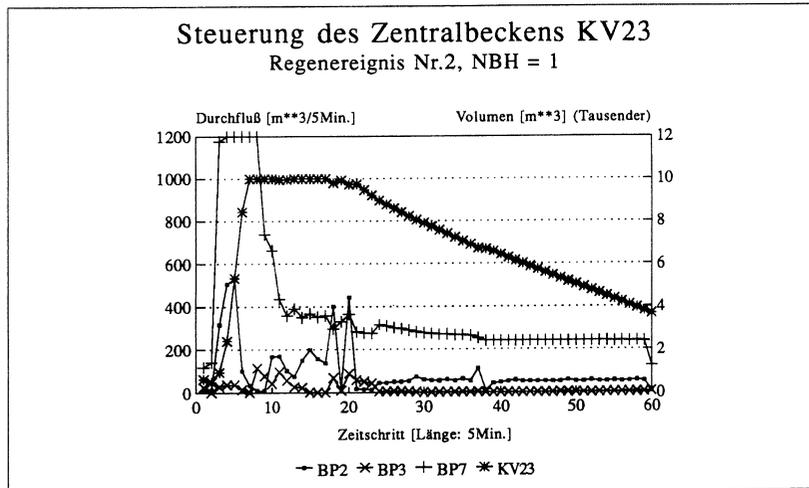


Abb. 4.42: Steuerung des Zentralbeckens KV23 für das Ersatzsystem mit Entlastungsknoten unter Berechnungshorizont 1, Regenereignis Nr.6

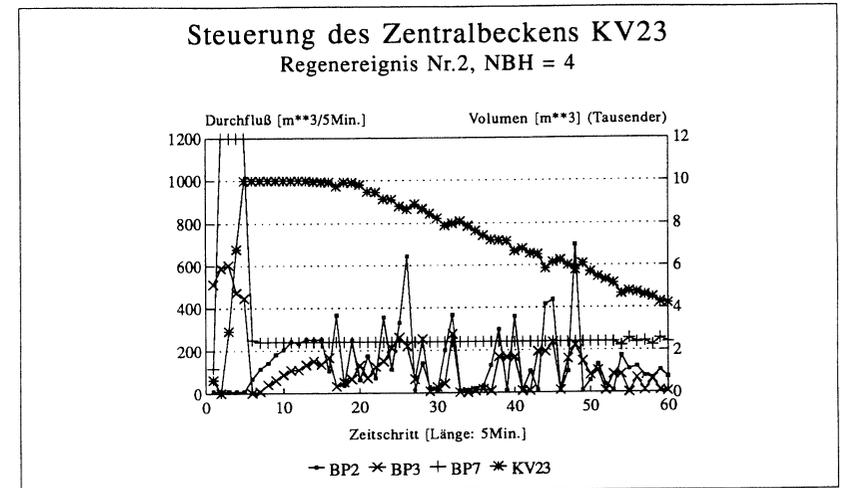


Abb. 4.43: Steuerung des Zentralbeckens KV23 für das Ersatzsystem ohne Entlastungsknoten unter Berechnungshorizont 4, Regenereignis Nr.6

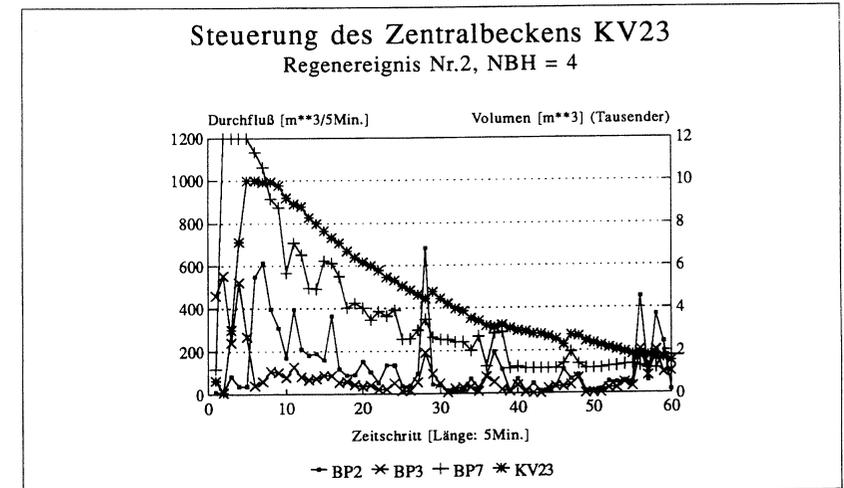


Abb. 4.44: Steuerung des Zentralbeckens KV23 für das Ersatzsystem mit Entlastungsknoten unter Berechnungshorizont 4, Regenereignis Nr.6

	Entlastungsvolumen (m ³) bei Regenereignis			
	Nr.2	Nr.3	Nr.4	Nr.5
Ersatzsystem mit Entlastungsknoten				
Berechnungshorizont 1	6192,18	4845,83	3689,99	7845,06
Berechnungshorizont 2	10719,14	6214,37	5041,15	9131,57
Berechnungshorizont 3	11318,73	8685,08	7696,69	10000,00
Berechnungshorizont 4	12126,46	10789,87	9380,33	14350,42
Ersatzsystem ohne Entlastungsknoten				
Berechnungshorizont 1	4985,48	2875,38	1174,72	5785,41
Berechnungshorizont 4	5170,36	2502,72	1170,27	5439,29

Tab. 4.21: Entlastungsvolumen bei verschiedenen Regenereignissen

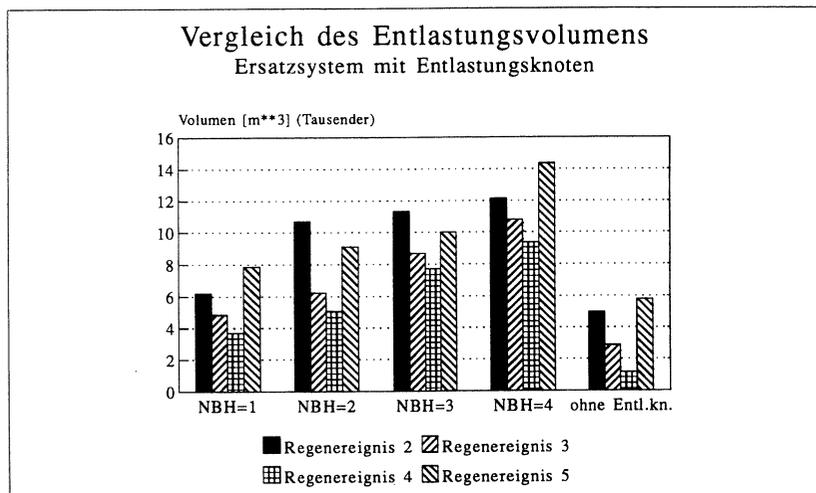


Abb. 4.45: Darstellung der Entlastungsvolumina unter verschiedenen Berechnungshorizonten und Regenereignissen

Abb.4.45 zeigt, daß für das Ersatzsystem mit Entlastungsknoten das gesamte Entlastungsvolumen der Überlaufstellen mit steigendem Berechnungshorizont primär aufgrund der konkaven Entlastungskosten (siehe Abschnitt 4.3.3.2) gleichmäßig zunimmt. Dadurch muß sich die durchschnittliche Speicherauslastung der inneren Knoten verschlechtern. Weiterhin erhöht sich unabhängig vom Berechnungshorizont dieses entlastete Volumen erwartungsgemäß sowohl steigendem Gesamtzufluß zum Netz als auch mit abnehmenden Fließzeitparameter.

Zuerst werden die Regenereignisse Nr.2, 3 und 4 betrachtet, welche sich bei einem Gesamtzufluß von ca. 30000 m³ lediglich durch den Fließzeitparameter unterscheiden. Eine Entlastung ist hier aufgrund der maximalen Speicherkapazität der inneren Knoten von 25000 m³ offensichtlich unvermeidbar. Die Differenz der Entlastungsmengen zwischen dem schwächeren (Nr.4) und dem stärkeren Ereignis (Nr.2) liegt unabhängig vom Berechnungshorizont bei mindestens 2500 m³. Dieses Verhalten begründet eine um ca. 7% schlechtere Auslastung der Knoten sowie eine viel schnellere Entleerung des Kanalsystems für den Belastungsfall Nr.2.

Da durch die Kostenfestlegung eine leichte Priorität der Knoten und Bogen im unteren Teil des Ersatzsystems festgelegt wurde, tritt das größte Entlastungsvolumen an der Überlaufstelle KENT51 auf. Durch große, schnelle Wellen muß allerdings ein Teil des Mischwassers schon an den Überlaufstellen des oberen Beckens KV1 abgeschlagen werden. Bei dem Extremereignis Nr.2, dessen Spitzenzulauf von 4900 m³/Δt fast der maximalen Speicherkapazität des Beckens gleichkommt, entspricht dieser Anteil einem Viertel des Entlastungsvolumens und beginnt bereits im ersten Zeitschritt.

Da für das Becken KV4 keine Überlaufstelle vorhanden ist, verursacht für diesen Fall die notwendige Entlastung eine höhere Auslastung der Pumpe BP5 gegenüber BP2 sowie eine geringere Beanspruchung des Rücklaufs BP6. Je eher diese Entleerungsphase eintritt und je höher der Berechnungshorizont ist, desto größer ist die Wechselwirkung der vier Bogen BP2, BP3, BP5 und BP6 und somit die durchschnittliche Variation. Die Pumpe BP7 nimmt hingegen eine Sonderrolle ein, da zwischen dem Zentralbecken und dem Ausgleichbecken kein Rücklaufbogen existiert. Ihre Variations- und Auslastungswerte werden hauptsächlich durch die hohe Belastung zu Beginn der Simulation bestimmt. Während dieser Zeit wird der Bogen BP7 bei höheren Spitzenzuflußraten fast konstant mit maximaler Kapazität gesteuert, so daß durch die besonders aus diesen anfänglichen Förderleistungen resultierenden Schwankungen nicht so hohe durchschnittliche Variationswerte erzielen wie bei Belastungsfällen mit geringeren Spitzenzuflußraten (Regenereignis Nr.3 und 4). Aber auch diese beiden Ereignisse müssen in bezug auf die Variation des Bogens BP7 differenziert betrachtet werden. Da der Belastungsfall Nr. 4 einen gleichmäßigeren Oberflächenzufluß zum System liefert, sind die Schwankungen aller Förderleistungen der inneren Pumpen geringer. Bei Regenereignis Nr.2 hingegen wird zum Teil die maximale Kapazitätsgrenze der Pumpe BP7 erreicht, so daß sich insgesamt die Variationswerte dieses Bogens von dem Extremereignis Nr.2 über den Belastungsfall Nr.4 zum Ereignis Nr.3 erhöhen.

Durch einem Vergleich der Simulationsergebnisse von Regenereignis Nr.3 und 5 stellt man erwartungsgemäß fest, daß bei einem um 3000 m³ höheren Gesamtzufluß durch Regenereignis Nr.5 mit allerdings konstantem Fließzeitparameter auch mindestens

dieser Betrag mehr entlastet werden muß. Wie bei Belastungsfall Nr.2 muß für Berechnungshorizont 1 ungefähr ein Viertel des gesamten Entlastungsvolumens an der Überlaufstelle KENT12 abgeschlagen werden. Mit steigendem Berechnungshorizont und aufgrund des geringeren Spitzenzuflusses kann man jedoch eine Verlagerung der Entlastung zur Überlaufstelle KENT51 feststellen. Hinsichtlich der Variation und Auslastung der Bogen wie auch des Speicherverhaltens der inneren Knoten lassen sich gegenüber dem Regenereignis Nr.3 keine Unterschiede erkennen. Dieses gleiche Verhalten kann möglicherweise durch den identischen Fließzeitparameter und die ähnlichen Zuflußganglinien zum Kanalsystem begründet sein.

Betrachtet man nun das Ersatzsystem ohne Entlastungsknoten, so sind in bezug auf die Verteilung des abzuschlagenden Mischwassers keine Differenzen zum Kanalnetz mit Entlastungsknoten festgestellt. Mit steigendem Berechnungshorizont bleibt jedoch für diesen Fall die gesamte Entlastungsmenge konstant und damit auch die Speicherauslastung der inneren Knoten. Wie für das Ersatzsystem mit Entlastungsknoten sind zwischen langsamer und schnellerer bzw. schwacher und stärkerer Welle dieselben Differenzen im Entlastungsvolumen nachzuweisen und auch hinsichtlich des Speicher- und Transportverhaltens die gleichen Eigenschaften zu erkennen. Lediglich durch einen höheren Gesamtzufluß zum Netz macht sich im Vergleich zum Regenereignis Nr.3 eine geringfügig bessere Auslastung (2%) des Zulaufbogens BP7 zum Ausgleichbecken bei Ereignis Nr.5 bemerkbar. Wird nun noch eine Vergleichsstudie mit dem Simplexverfahren erstellt, so erkennt man unter Beachtung der Eigenschaften dieses Verfahrens (Wechsel bei der Entleerung der Becken, Bang-Bang-Effekt) ähnliche Verhaltensweisen und Abläufe wie bei den Simulationsergebnissen zum Ersatzsystems ohne Entlastungsknoten (Tabellen dazu liefert der Anhang). Durch diese Feststellungen kann man zusammenfassend erkennen, daß das Ersatzsystem mit und ohne Entlastungsknoten durch die errechneten Steuerungsentscheidungen vernünftig auf die verschiedenen Belastungsfälle reagiert und mittels des Branch-and-Bound-Verfahrens unter Berechnungshorizont 1 eine gute Steuerungsstrategie erhält.

Kapitel 5

Zusammenfassung und Ausblicke

In dieser Arbeit wurden Steuerungsprobleme als Optimierungsprobleme formuliert und mit Hilfe mathematischer Optimierungsverfahren Strategien zur Abflußsteuerung von Entwässerungssystemen ermittelt. Aus den vorgestellten Methoden der Optimierungstheorie wurden das Simplexverfahren und das Branch-and-Bound-Verfahren ausgewählt.

Für eine erfolgreiche Anwendung eines Optimierungsprogramms in der Kanalnetzsteuerung war neben der mathematischen Optimierung auch eine zutreffende Darstellung der einzelnen Netzelemente im Optimierungsmodell erforderlich. Die Eigenschaften und Zusammenhänge eines geeignet konstruierten Knoten-Bogen-Netzes als Ersatzsystem wurden durch mathematische Beziehungen dargestellt und bildeten die linearen Randbedingungen des Steuerungsproblems. Hier wurden auch die Zuflußdaten aus den Regenereignissen als Belastungen des Systems berücksichtigt. Nun mußten die gewünschten Steuerungsziele auf die Kostenfunktion übertragen werden, indem eine absolute Bewertung entsprechend der Form dieser Funktion vorgenommen wurden.

Mit Hilfe der beiden erstellten Computerprogramme konnten für ein synthetisches Kanalnetz unter einer Auswahl von Regenereignissen und verschiedenen Voraussetzungen Steuerungsstrategien errechnet werden. Wie gut die als optimal bestimmte Strategie die aus Sicht des Anwenders ideale Steuerungsstrategie für das Problem approximiert, bleibt jedoch unklar.

Einen entscheidenden Faktor bildete bei der Strategiefindung die Formulierung der Kostenfunktion bei gleichbleibenden Randbedingungen des Steuerungsproblems. Aufgrund erheblicher Freiheiten bei dieser Formulierung sind neben der vorgestellten Vorgehensweise die Erfahrung des Anwenders, einige Voruntersuchungen zum Kanalnetz sowie mehrere Testläufe erforderlich.

Diese Tatsache wird besonders bei dem Branch-and-Bound-Verfahren durch die Möglichkeit einer differenzierteren Bewertung der Steuerungsziele deutlich. Hier wird

der erwünschte Nutzen konkaver Teilkostenfunktionen in Frage gestellt, da auch relativ groß gewählte Kostenkoeffizienten dieser Teilfunktionen sich negativ auf den Erfolg der Steuerungsentscheidungen auswirken. Weiterhin konnte nicht verhindert werden, daß ein Bogen mit Steuerungsorgan und auch sein Rücklaufbogen gleichzeitig beansprucht werden. Für die Steuerung solch einer Kanalnetzkonfigurierung wäre ein Verfahren der diskreten Optimierung vorteilhaft.

Im Gegensatz zum Simplexverfahren tritt der Bang-Bang-Effekt nicht mehr auf, so daß eine gleichmäßigere Ausnutzung der vorhandenen Speicherkapazitäten möglich wird. Durch weitere Untersuchungen könnten die Auswirkungen ungleichmäßiger Überregnung oder größerer Schwankungen in der Zuflußwellenganglinie auf die Steuerungsstrategie ermittelt werden.

Aufgrund der relativ hohen Rechenzeit beider Verfahren ist zur Zeit lediglich eine On-Line Anwendung des Simplexverfahrens mit geringen Berechnungshorizonten sinnvoll. Eine Verwendung bei der Planung und Entwicklung neuer Systeme oder bei Sanierung existierender Netze wäre daher eher denkbar.

In den Untersuchungen hat sich gezeigt, daß Optimierungsverfahren in anschaulicher Weise auf kompliziert erscheinende Steuerungsprobleme angewendet werden können und trotz notwendiger Vereinfachungen des Systems und seines Verhaltens sinnvolle Ergebnisse für die Steuerung des Betriebs von mehreren Becken liefern. In realitätsnahen Anwendungen sollten die Auswirkungen dieser notwendigen Vereinfachungen durch Verknüpfung mit einem hydrologischen Abflußtransportmodell oder gegebenenfalls durch überwachten Testbetrieb überprüft werden. Dabei könnte sich zeigen, inwieweit die Steuerungsergebnisse mit dem tatsächlichen Zustand des Systems übereinstimmen.

Literaturverzeichnis

- [1] Collatz, Lothar; Wetterling, Wolfgang: *Optimierungsaufgaben*, Springer-Verlag, Berlin Heidelberg New York (1971)
- [2] Deyda, Susanne: *Parameteridentifikation für Simulationsmodelle in der Hydrologie*, Diplomarbeit, Universität Hannover (1992)
- [3] Dück, Werner; Bliedernich, Manfred: *Operationsforschung 3, Mathematische Grundlagen, Methoden und Modelle*, VEB Deutscher Verlag der Wissenschaften, Berlin (1972)
- [4] Fiacco, A.V.; McCormick, G.P.: *Nonlinear Programming: Sequential Unconstrained Minimization Techniques*, Wiley, New York (1968)
- [5] Fuchs, L.; Verworn, H.-R.; Scheffer, C.: *Mikrocomputer in der Stadtentwässerung, Kanalnetzberechnung*, Institut für technisch-wissenschaftliche Hydrologie, Hannover (1990)
- [6] Heinemann, Andreas: *Untersuchung von Klassifikationsverfahren im Rahmen eines selbstadaptierten regelbasierten Systems*, Diplomarbeit, Universität Hannover (1992)
- [7] Horst, Reiner: *Nichtlineare Optimierung*, Carl Hanser Verlag, München Wien (1979)
- [8] Knemeyer, Barbara; Khelil, Amar: *Optimierung der Steuerung in Entwässerungssystemen*, unveröffentlicht, Universität Hannover (1991)
- [9] Korbut, A.A.; Finkelstein, F.F.: *Diskrete Optimierung*, Akademie - Verlag Berlin (1971)
- [10] Künzi, H.P.; Oettli, W.: *Nichtlineare Optimierung: Neue Verfahren Bibliographie*, Lecture Notes in Operations Research and Mathematical Systems, Springer Verlag, Berlin Heidelberg New York (1969)
- [11] Künzi, H.P.; Krelle, W.; von Randow, R.: *Nichtlineare Programmierung*, Springer Verlag, Berlin Heidelberg New York (1979)

- [12] Künzi, H.P.; Tzschach, H.G.; Zehnder, C.A.: *Numerische Methoden der mathematischen Optimierung*, B.G.Teubner, Stuttgart (1967)
- [13] *Lexikon der Optimierung*, Optimierung und optimale Steuerung, Akademischer Verlag Berlin (1986)
- [14] Nelen, Fons: *Optimized Control of Urban Drainage Systems*, Applications of Operations Research to Real Time Control of Water Resources Systems, Third European Junior Scientist Course, Formerum, Terschelling, the Netherlands, 20-25 September 1991
- [15] Neugebauer, Kersten; *Steuerung von Entwässerungssystemen*, Diplomarbeit am Institut für Operations Research der ETH Zürich (1990)
- [16] Neumann, Klaus: *Operations Research Verfahren, Band 1*, Carl Hanser Verlag, München Wien (1975)
- [17] Petersen, Steen O.: *Real Time Control of Urban Drainage Systems*, Department of Environmental Engineering, Technical University of Denmark (1987)
- [18] Schilling, W.: *Operationelle Stadtentwässerung*, Mitteilungen des Instituts für Wasserwirtschaft, Hydrologie und landwirtschaftlichen Wasserbau der Universität Hannover, Heft 62 (1986)
- [19] *Taschenbuch Wasserwirtschaft*, Verlag Paul Parey, Hamburg und Berlin (1982)
- [20] Zoutendijk, G.: *Methods of Feasible Directions*, Elsevier Publishing Company, Amsterdam - London - New York - Princeton (1960)

Abbildungsverzeichnis

2.1	Beispiele konvexer und nicht konvexer Mengen	9
2.2	Eigenschaften konvexer Funktionen über $K = \mathbb{R}$	11
2.3	Geometrische Darstellung zum Simplexverfahren in der Ebene	12
2.4	Geometrische Darstellung zum Schnittebenenverfahren	15
2.5	Geometrische Darstellung zum Gradientenverfahren	18
2.6	Geometrische Darstellung zur Penalty-Methode	26
2.7	Geometrische Darstellung zur Barriere-Methode	29
2.8	Darstellung der Aufteilung der Menge aller möglichen Lösungen beim Branch-and-Bound-Verfahren	34
3.1	Veranschaulichung des Berechnungs- und Simulationshorizontes	46
3.2	Konfigurationen für eine Entlastungsstelle	51
3.3	Konfiguration für eine Überstaustelle	51
3.4	Konfiguration für ein Wehr	61
4.1	Allgemeine Darstellung des synthetischen Kanalnetzes	64
4.2	Darstellung des Ersatzsystems	65
4.3	Darstellung der Niederschlagsverteilungen	69
4.4	Darstellung der Zuflußganglinien der Regenereignisse	71
4.5	Ganglinien der Knoten im Bezugsfall	82
4.6	Steuerung des oberen Beckens KV1 im Bezugsfall	82
4.7	Steuerung des Zentralbeckens KV23 im Bezugsfall	83
4.8	Steuerung des Ausgleichbeckens KV5 im Bezugsfall	83
4.9	Subtraktion der Sollwerte des Bogens BP5 von denen des Bogens BP2 im Bezugsfall	84
4.10	Ganglinien der Knoten für Berechnungshorizont 4	91
4.11	Steuerung des oberen Beckens mit Berechnungshorizont 4	91
4.12	Steuerung des Zentralbeckens mit Berechnungshorizont 4	92
4.13	Steuerung des Ausgleichbeckens mit Berechnungshorizont 4	92
4.14	Darstellung des gesamten Entlastungsvolumens für verschiedene Be- rechnungshorizonte	93
4.15	Darstellung der Gesamtkosten für verschiedene Berechnungshorizonte	93

4.16	Steuerung des Zentralbeckens mit neuen Kosten für KENT51	97
4.17	Steuerung des Zentralbeckens für den Bezugsfall unter Berechnungs- horizont 2	97
4.18	Ganglinien der Knoten mit neuen Kosten für KENT51	98
4.19	Entlastungsvolumen und -kosten für Entlastungsstelle KENT51	98
4.20	Ganglinien der Knoten im 2.Bezugsfall	100
4.21	Steuerung des oberen Beckens KV1 im 2.Bezugsfall	101
4.22	Steuerung des Zentralbeckens KV23 im 2.Bezugsfall	101
4.23	Steuerung des Ausgleichbeckens KV5 im 2.Bezugsfall	102
4.24	Subtraktion der Sollwerte des Bogens BP5 von denen des Bogens BP2 im 2.Bezugsfall	102
4.25	Steuerung des oberen Beckens KV1 im 3.Bezugsfall	106
4.26	Ganglinien der Knoten im 3.Bezugsfall, Berechnungshorizont 1	107
4.27	Ganglinien der Knoten im 3.Bezugsfall	107
4.28	Steuerung des Zentralbeckens KV23 im 3.Bezugsfall	108
4.29	Steuerung des Zentralbeckens KV23 im 3.Bezugsfall, Berechnungsho- rizont 4	108
4.30	Steuerung des Ausgleichbeckens KV5 im 3.Bezugsfall	109
4.31	Subtraktion der Durchflußwerte des Bogens BP5 von denen des Bo- gens BP2 im 3.Bezugsfall	109
4.32	Steuerung des Zentralbeckens KV23 mit d-Termen = 0	114
4.33	Steuerung des Zentralbeckens KV23 mit alter Kostenfunktion	114
4.34	Ganglinien der Knoten mit d-Term von BP2 = 10, Ersatzsystem ohne Entlastungsknoten	118
4.35	Steuerung des Zentralbeckens KV23 mit d-Term von BP2 = 10, Er- satzsystem ohne Entlastungsknoten	118
4.36	Vergleich der Ganglinien der Bogen BP2 und BP5, d-Term von BP2 = 10, Ersatzsystem ohne Entlastungsknoten	119
4.37	Ganglinien der Bogen BP2, BP5 und BP6 für Berechnungshorizont 2, Ersatzsystem ohne Entlastungsknoten und ohne Bogen BP3	123
4.38	Steuerung des Zentralbeckens KV23 für das Ersatzsystem ohne Ent- lastungsknoten und ohne Bogen BP3	123
4.39	Steuerung des Zentralbeckens KV23 für das Ersatzsystem mit Entla- stungsknoten und ohne Bogen BP3	124
4.40	Subtraktion der Durchflußwerte des Bogens BP5 von BP2 für das Ersatzsystem mit Entlastungsknoten ohne Bogen BP3	124
4.41	Ganglinien der Knoten für das Ersatzsystem mit Entlastungsknoten unter Berechnungshorizont 1, Regenereignis Nr.6	129
4.42	Steuerung des Zentralbeckens KV23 für das Ersatzsystem mit Entla- stungsknoten unter Berechnungshorizont 1, Regenereignis Nr.6	129

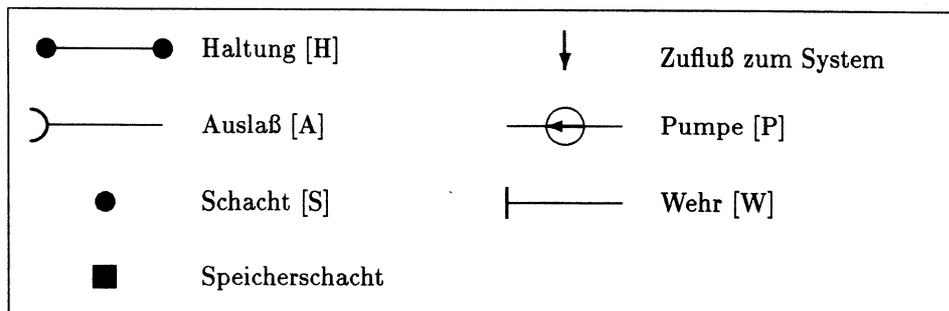
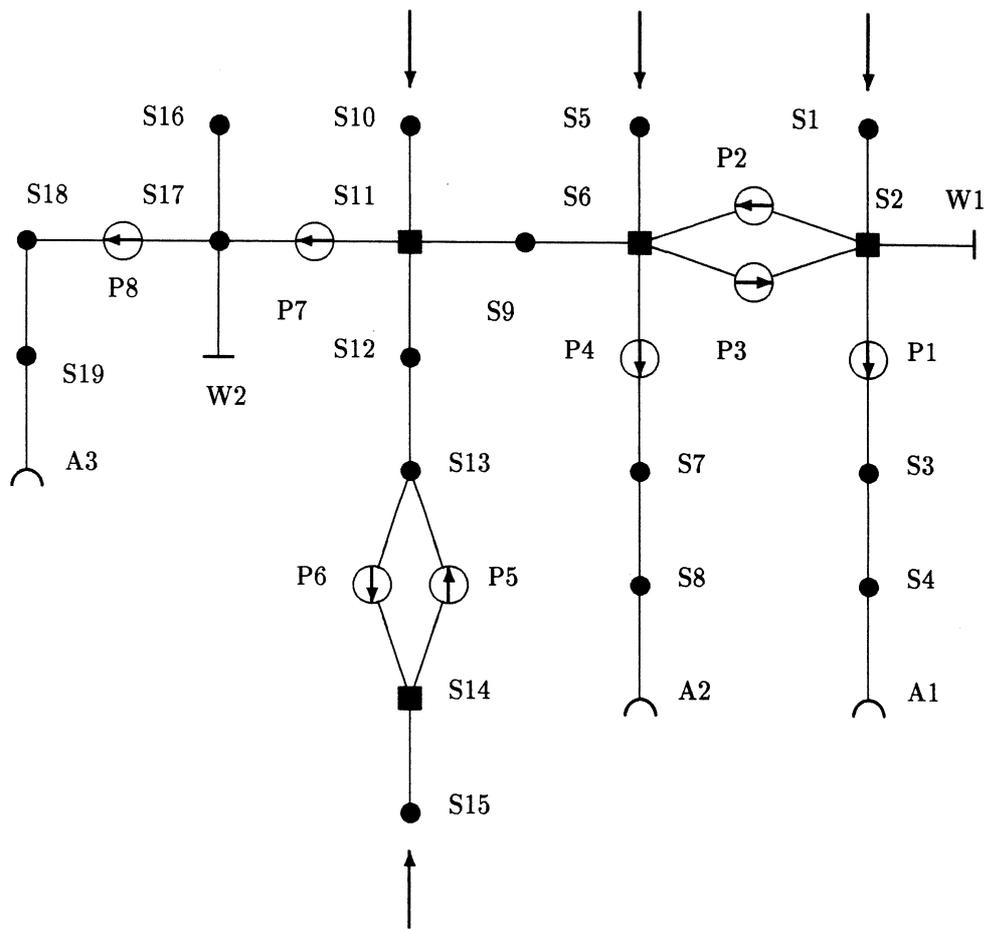
4.43	Steuerung des Zentralbeckens KV23 für das Ersatzsystem ohne Entlastungsknoten unter Berechnungshorizont 4, Regenereignis Nr.6 . . .	130
4.44	Steuerung des Zentralbeckens KV23 für das Ersatzsystem mit Entlastungsknoten unter Berechnungshorizont 4, Regenereignis Nr.6	130
4.45	Darstellung der Entlastungsvolumina unter verschiedenen Berechnungshorizonten und Regenereignissen	131

Tabellenverzeichnis

4.1	Anzahl der Randbedingungen pro Berechnungshorizont	68
4.2	Charakteristiken der Regenereignisse	69
4.3	Überblick der Teilkostenfunktionen zu den einzelnen Systemkomponenten für die Konfiguration Entlastungsbogen plus -knoten	74
4.4	Überblick der Teilkostenfunktionen zu den Entlastungsbogen für die Konfiguration ohne Entlastungsknoten	76
4.5	Simulationsläufe mit dem Branch-and-Bound-Verfahren für das Ersatzsystem mit Entlastungsknoten	77
4.6	Simulationsläufe mit dem Branch-and-Bound-Verfahren für das Ersatzsystem ohne Entlastungsknoten	78
4.7	Simulationsläufe mit dem Simplexverfahren für das Ersatzsystem jeweils mit und ohne Entlastungsknoten	79
4.8	Charakteristiken des Bezugsfalls	81
4.9	Simulationsergebnisse zum Bezugsfall	84
4.10	Vergleich der Rechenzeiten	87
4.11	Vergleich der maximalen Kosten bei verschiedenen Berechnungshorizonten für Regenereignis Nr.3	89
4.12	Simulationsergebnisse des Bezugsfalls bei verschiedenen Berechnungshorizonten	90
4.13	Simulationsergebnisse bei modifizierten Kosten für KENT51	96
4.14	Charakteristiken des zweiten Bezugsfalls	99
4.15	Simulationsergebnisse für das Ersatzsystem ohne Entlastungsknoten mit nichtlinearen Kosten	103
4.16	Charakteristiken des dritten Bezugsfalls	106
4.17	Simulationsergebnisse für das Ersatzsystem ohne Entlastungsknoten mit linearen Kosten	110
4.18	Simulationsergebnisse mit d-Term von BP2 = 10 für Berechnungshorizont 1	116
4.19	Simulationsergebnisse mit und ohne Bogen BP3 für Berechnungshorizont 2 und Regenereignis Nr.3	121

4.20	Simulationsergebnisse für verschiedene Belastungsfälle für das Ersatzsystem mit Entlastungsknoten und Berechnungshorizont 1	127
4.21	Entlastungsvolumen bei verschiedenen Regenereignissen	130

Anlage 1
(EXTRAN-Darstellung zum synthetischen Kanalnetz)



EXTRAN-Darstellung des synthetischen Kanalnetzes

**** INST. F. TECHN.-WISS. HYDROLOGIE ***** E X T R A V ***** US. ENVIRONMENTAL PROTECTION AGENCY ****
**** ITWH -- HANNOVER ***** IFW IV.3.2 ***** ****
**** INST. F. WASSERWIRTSCHAFT - UNI HANNOVER ***** L.FUCHS ***** CAMP DRESSER AND MCKEE INC. ****

**** Amar Khelil ***** SEITE 1 ****

Berechnung mit Blockregen 2, mittleres Ereignis
Künstliches Kanalnetz zur Optimierung der Steuerung

FEHLERMELDUNGEN UND WARNUNGEN:

**** INFO **** ABSTURZ ODER AUFSPRUNG AN SCHACHT SCHACHT-06
**** INFO **** ABSTURZ ODER AUFSPRUNG AN SCHACHT SCHACHT-11

Berechnung mit Blockregen 2, mittleres Ereignis
 Künstliches Kanalnetz zur Optimierung der Steuerung

RECHENLAUFGROESSEN:

KENNUNG DES KANALNETZES :

KANALNETZDATEI : GRUND.NET
 1. WELLENDATEI : BLOCK2.WEL
 TROCKENWETTERAUSGABEDATEI : GRUND.DRY
 DATEI FUER LAUFENDE AUSGABE : BLOCK2.LAU
 AUSGABEDATEI VON EXTRAV : GRUND.VOR
 AUSGABEDATEI VON EXTRAN : BLOCK2.EXT

EINHEITEN : SI
 RAUHIGKEITSANSATZ : PRANDTL-COLEBROOK (KB)
 ABGEDICHTETE VERSION
 SCHACHTOBERFLAECHE : VARIABEL

MISCHSYSTEM

ZUFLUSSANTEIL ZUM OBEREN SCHACHT : 100.00 (%)
 ZUM UNTEREN SCHACHT : .00 (%)

SIMULATIONSANFANG : 1. 1.1992 12: 0. 0 UHR
 SIMULATIONSENDE : 1. 1.1992 17: 0. 0 UHR
 BERECHNUNGSZEITSCHRITT : 5.00 (SEC)

ANFANG DER LAUFENDEN AUSGABE : 1. 1.1992 17: 0. 0 UHR
 AUSGABE FUER PLOT UND GANGLINIEN

TROCKENWETTERBERECHNUNG

MAX. ITERATIONSANZAHL : 1000
 MAX. VOLUMENFEHLER : .0100 (L/S)
 BERECHNUNGSZEITSCHRITT : .00 (SEC)

EINSTAU/UEBERSTAU

MAX. ITERATIONSANZAHL : 30
 MAX. VOLUMENFEHLER : .050 (M**3)

Berechnung mit Blockregen 2, mittleres Ereignis
 Künstliches Kanalnetz zur Optimierung der Steuerung

STATISTISCHE ANGABEN ZUM KANALNETZ: GRUND.NET

ANZAHL TEILEINZUGSGEBIETE	:	0	
ANZAHL HALTUNGEN	:	12	
ANZAHL SCHAECHTE	:	19	
ANZAHL SPEICHERSCHAECHTE	:	5	
ANZAHL GRUND/SEITENAUSLAEESSE	:	0	
ANZAHL PUMPEN	:	8	
ANZAHL WEHRE	:	2	
ANZAHL FREIE AUSLAEESSE	:	3	
ANZAHL AUSLAEESSE MIT TIDETOR	:	0	
GESAMTLAENGE DES KANALNETZES	:	2400.00	(M)
EINZUGSGEBIET GESAMT	:	400.000	(HA)
UNDURCHLAESSIG	:	200.000	(HA)
DURCHLAESSIG	:	200.000	(HA)
TEILEINZUGSGEBIETE GESAMT	:	.000	(HA)
TROCKENWETTERABFLUSS GESAMT	:	390.00	(L/S)
KONSTANT	:	390.00	(L/S)

 **** INST. F. TECHN.-WISS. HYDROLOGIE ***** E X T R A V ***** US. ENVIRONMENTAL PROTECTION AGENCY ****
 **** ITWH -- HANNOVER ***** IFW IV.3.2 ***** ****
 **** INST. F. WASSERWIRTSCHAFT - UNI HANNOVER ***** L.FUCHS ***** CAMP DRESSER AND MCKEE INC. ****

 **** Amar Khelil SEITE 5 ****

Berechnung mit Blockregen 2, mittleres Ereignis
 Künstliches Kanalnetz zur Optimierung der Steuerung

BESTANDSDATEN (TEIL 1) DES KANALNETZES: GRUND.NET

NR	HALTUNG	SCHACHT		TEILEINZUGS GEBIET	GELAENDEHOEHE		SOHLHOEHE		LAENGE (M)	GEFAELLE (%)	HALTUNGSFLAECHE	
		OBEIN	UNTEIN		OBEIN (M+NN)	UNTEIN (M+NN)	OBEIN (M+NN)	UNTEIN (M+NN)			GESAMT (HA)	UNDURCHL. (HA)
1	HALTUNG-01	SCHACHT-01	SCHACHT-02		105.00	105.00	100.00	98.00	200.00	1.000	100.00	50.00
2	HALTUNG-02	SCHACHT-03	SCHACHT-04		105.00	105.00	98.00	96.00	200.00	1.000	.00	.00
3	HALTUNG-03	SCHACHT-05	SCHACHT-06		105.00	105.00	100.00	98.00	200.00	1.000	100.00	50.00
4	HALTUNG-04	SCHACHT-07	SCHACHT-08		105.00	105.00	98.00	96.00	200.00	1.000	.00	.00
5	HALTUNG-05	SCHACHT-06	SCHACHT-09		105.00	105.00	94.00	91.00	300.00	1.000	.00	.00
6	HALTUNG-06	SCHACHT-09	SCHACHT-11		105.00	105.00	91.00	90.50	300.00	.167	.00	.00
7	HALTUNG-07	SCHACHT-10	SCHACHT-11		105.00	105.00	100.00	98.00	200.00	1.000	100.00	50.00
8	HALTUNG-08	SCHACHT-12	SCHACHT-11		105.00	105.00	96.50	95.00	150.00	1.000	.00	.00
9	HALTUNG-09	SCHACHT-13	SCHACHT-12		105.00	105.00	98.00	96.50	150.00	1.000	.00	.00
10	HALTUNG-10	SCHACHT-15	SCHACHT-14		105.00	105.00	100.00	98.00	200.00	1.000	100.00	50.00
11	HALTUNG-11	SCHACHT-16	SCHACHT-17		105.00	105.00	104.90	104.90	100.00	.000	.00	.00
12	HALTUNG-12	SCHACHT-18	SCHACHT-19		105.00	105.00	95.00	93.00	200.00	1.000	.00	.00

Berechnung mit Blockregen 2, mittleres Ereignis
 Künstliches Kanalnetz zur Optimierung der Steuerung

BESTANDSDATEN (TEIL 2) DES KANALNETZES: GRUND.NET

NR	HALTUNG	SCHACHT		PROFIL		TRAPEZGEFAELLE		QUER SCHNITT	KB (MM)	Q VOLL V VOLL		ZUFLUESSE		
		OBERN	UNTEN	TYP	HOEHE (M)	BREITE (M)	LINKS (M / 1M HOEHE)			RECHTS	(STATIONAER) (M**3/S)	(M/S)	GESAMT (L/S)	KONSTANT (L/S)
1	HALTUNG-01	SCHACHT-01	SCHACHT-02	1	1.00	1.00			.79	1.50	2.355	3.00	30.00	30.00
2	HALTUNG-02	SCHACHT-03	SCHACHT-04	1	1.50	1.50			1.77	1.50	6.831	3.87	.00	.00
3	HALTUNG-03	SCHACHT-05	SCHACHT-06	1	1.00	1.00			.79	1.50	2.355	3.00	300.00	300.00
4	HALTUNG-04	SCHACHT-07	SCHACHT-08	1	1.50	1.50			1.77	1.50	6.831	3.87	.00	.00
5	HALTUNG-05	SCHACHT-06	SCHACHT-09	1	1.00	1.00			.79	1.50	2.355	3.00	.00	.00
6	HALTUNG-06	SCHACHT-09	SCHACHT-11	1	1.00	1.00			.79	1.50	.958	1.22	.00	.00
7	HALTUNG-07	SCHACHT-10	SCHACHT-11	1	1.00	1.00			.79	1.50	2.355	3.00	30.00	30.00
8	HALTUNG-08	SCHACHT-12	SCHACHT-11	1	1.00	1.00			.79	1.50	2.355	3.00	.00	.00
9	HALTUNG-09	SCHACHT-13	SCHACHT-12	1	1.00	1.00			.79	1.50	2.355	3.00	.00	.00
10	HALTUNG-10	SCHACHT-15	SCHACHT-14	1	1.00	1.00			.79	1.50	2.355	3.00	30.00	30.00
11	HALTUNG-11	SCHACHT-16	SCHACHT-17	1	.09	.09			.01	1.50	.000	.00	.00	.00
12	HALTUNG-12	SCHACHT-18	SCHACHT-19	1	1.50	1.50			1.77	1.50	6.831	3.87	.00	.00

Berechnung mit Blockregen 2, mittleres Ereignis
 Künstliches Kanalnetz zur Optimierung der Steuerung

PUMPEN IM KANALNETZ: GRUND.NET

NR	PUMPE	SCHACHT OBEN	SCHACHT UNTEN	TYP	PUMPENSUMPF			PUMPENLEISTUNG STUFEN 1 - 5 (M**3/S)	SCHALTPUNKTE NACH OBEN (M**3) BZW. (M)	SCHALTPUNKTE NACH UNTEN (M**3) BZW. (M)
					ANFANGS	GESAMT	SOHL			
					VOLUMEN (M**3)	VOLUMEN (M**3)	HOEHE (M+NN)			
13	PUMPE-01	SCHACHT-02	SCHACHT-03	2				.000	4.000	
								1.000	4.400	3.800
								2.000	4.600	4.200
								3.000	4.800	4.400
								4.000		4.600
14	PUMPE-02	SCHACHT-02	SCHACHT-06	2				.030	.500	
								1.000	2.000	.100
								2.000	3.000	1.800
								3.000	4.500	2.800
								4.000		4.000
15	PUMPE-03	SCHACHT-06	SCHACHT-02	2				.000	100.000	
								1.000	100.000	100.000
								2.000	100.000	100.000
								3.000	100.000	100.000
								4.000		100.000
16	PUMPE-04	SCHACHT-06	SCHACHT-07	2				.000	4.000	
								1.000	4.400	3.800
								2.000	4.600	4.200
								3.000	4.800	4.400
								4.000		4.600
17	PUMPE-05	SCHACHT-14	SCHACHT-13	2				.030	.500	
								1.000	2.000	.100
								2.000	3.000	1.800
								3.000	4.500	2.800
								4.000		4.000
18	PUMPE-06	SCHACHT-13	SCHACHT-14	2				.000	100.000	
								1.000	100.000	100.000
								2.000	100.000	100.000
								3.000	100.000	100.000
								4.000		100.000
19	PUMPE-07	SCHACHT-11	SCHACHT-17	2				.390	.500	
								1.000	2.000	.100
								2.000	3.000	1.800
								3.000	4.500	2.800
								4.000		4.000


```

*****
****   INST. F. TECHN.-WISS. HYDROLOGIE   *****   E X T R A V   *****   US. ENVIRONMENTAL PROTECTION AGENCY   ****
****           ITWH -- HANNOVER           *****           IFW IV.3.2           *****           ****
**** INST. F. WASSERWIRTSCHAFT - UNI HANNOVER *****           L.FUCHS           *****           CAMP DRESSER AND MCKEE INC.           ****
*****
****           Amar Khelil           ****           SEITE 9 ****
*****

```

Berechnung mit Blockregen 2, mittleres Ereignis
 Künstliches Kanalnetz zur Optimierung der Steuerung

WEHRE IM KANALNETZ: GRUND.NET

NR	WEHR	SCHACHT OBEN	SCHACHT UNTEN	TYP	SCHWELLENHOEHE		KAMMERHOEHE		WEHR LAENGE	UEBERFALL BEIWERF	OEFFNUNGS WEITE	KONSTANTER WASSER SPIEGEL	TIDEN NR
					(M+NN)	(M)	(M+NN)	(M)					
21	WEHR-01	SCHACHT-02		1	99.00	5.00	105.00	11.00	2.00	.70000	6.00		
22	WEHR-02	SCHACHT-17		1	96.00	5.00	105.00	14.00	2.00	.70000	9.00		

Berechnung mit Blockregen 2, mittleres Ereignis
 Künstliches Kanalnetz zur Optimierung der Steuerung

SPEICHERSCHAECHE (RUECKHALTEBECKEN) IM KANALNETZ: GRUND.NET

SPEICHER SCHACHT	SCHACHT SOHLE (M+NN)	GELAENDE HOEHE (M+NN)	HOEHENANGABE (M+NN)	OBERFLAECHE (M)	VOLUMEN (M**2)	VOLUMEN (M**3)
SCHACHT-02	94.00	105.00	94.00	.00	1000.00	.000
			99.00	5.00	1000.00	5000.000
			100.00	6.00	20.00	5510.000
			105.00	11.00	20.00	5610.000
SCHACHT-06	94.00	105.00	94.00	.00	1000.00	.000
			99.00	5.00	1000.00	5000.000
			100.00	6.00	20.00	5510.000
			105.00	11.00	20.00	5610.000
SCHACHT-11	90.50	105.00	90.50	.00	1000.00	.000
			95.50	5.00	1000.00	5000.000
			96.50	6.00	20.00	5510.000
			105.00	14.50	20.00	5680.000
SCHACHT-14	94.00	105.00	94.00	.00	1000.00	.000
			99.00	5.00	1000.00	5000.000
			100.00	6.00	20.00	5510.000
			105.00	11.00	20.00	5610.000
SCHACHT-17	91.00	105.00	91.00	.00	1000.00	.000
			96.00	5.00	1000.00	5000.000
			97.00	6.00	20.00	5510.000
			105.00	14.00	20.00	5670.000

```

*****
****   INST. F. TECHN.-WISS. HYDROLOGIE   *****   E X T R A V   *****   US. ENVIRONMENTAL PROTECTION AGENCY   ****
****   .   ITWH -- HANNOVER   *****   IFW IV.3.2   *****   ****
****   INST. F. WASSERWIRTSCHAFT - UNI HANNOVER   *****   L.FUCHS   *****   CAMP DRESSER AND MCKEE INC.   ****
*****
****   Amar Khelil   ****
*****   SEITE 11   ****
*****

```

Berechnung mit Blockregen 2, mittleres Ereignis
 Künstliches Kanalnetz zur Optimierung der Steuerung

FREIE AUSLAESSE IM KANALNETZ: GRUND.NET

```

-----
NR   SCHACHT           HALTUNG   KONSTANTER   TIDEN
      OBEN              WASSERSPIEGEL   NR
                        (M+NN)
-----
23   SCHACHT-04   FR. AUS. 1
24   SCHACHT-08   FR. AUS. 2
25   SCHACHT-19   FR. AUS. 3

```

Berechnung mit Blockregen 2, mittleres Ereignis
 Künstliches Kanalnetz zur Optimierung der Steuerung

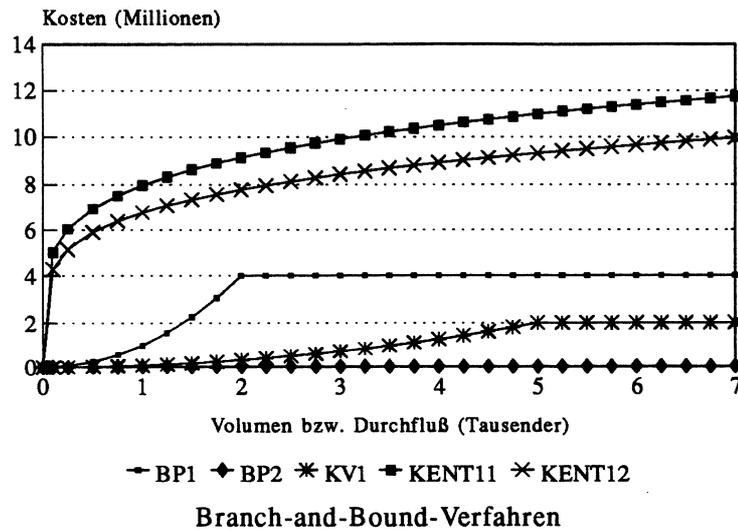
NETZVERKNUEPFUNG DES KANALNETZES: GRUND.NET

NR	SCHACHT	ANGESCHLOSSENE HALTUNGEN				
1	SCHACHT-01	HALTUNG-01				
2	SCHACHT-02	HALTUNG-01	PUMPE-01	PUMPE-02	PUMPE-03	WEHR-01
3	SCHACHT-03	HALTUNG-02	PUMPE-01			
4	SCHACHT-04	HALTUNG-02	FR. AUS. 1			
5	SCHACHT-05	HALTUNG-03				
6	SCHACHT-06	HALTUNG-03	HALTUNG-05	PUMPE-02	PUMPE-03	PUMPE-04
7	SCHACHT-07	HALTUNG-04	PUMPE-04			
8	SCHACHT-08	HALTUNG-04	FR. AUS. 2			
9	SCHACHT-09	HALTUNG-05	HALTUNG-06			
10	SCHACHT-11	HALTUNG-06	HALTUNG-07	HALTUNG-08	PUMPE-07	
11	SCHACHT-10	HALTUNG-07				
12	SCHACHT-12	HALTUNG-08	HALTUNG-09			
13	SCHACHT-13	HALTUNG-09	PUMPE-05	PUMPE-06		
14	SCHACHT-15	HALTUNG-10				
15	SCHACHT-14	HALTUNG-10	PUMPE-05	PUMPE-06		
16	SCHACHT-16	HALTUNG-11				
17	SCHACHT-17	HALTUNG-11	PUMPE-07	PUMPE-08	WEHR-02	
18	SCHACHT-18	HALTUNG-12	PUMPE-08			
19	SCHACHT-19	HALTUNG-12	FR. AUS. 3			

Anlage 2

(Graphische Darstellung der Bandbreiten der Kosten
für einige repräsentative Systemkomponenten des Ersatzsystems
für das Branch-and-Bound-Verfahren und das Simplexverfahren)

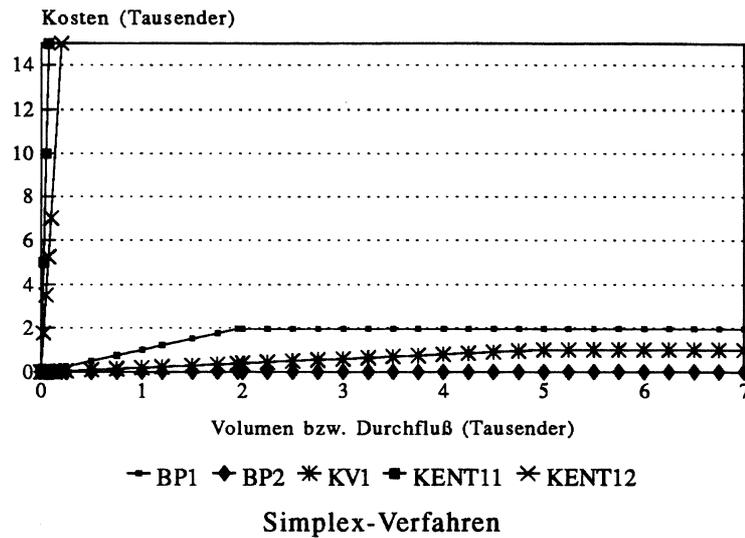
Darstellung der Kosten bezüglich Knoten KV1



Darstellung der Kostenfunktionen des Knotens KV1 und seiner umliegenden Systemkomponenten für das Branch-and-Bound-Verfahren

$$\begin{array}{lll}
 F_{KV1}(x) & = & 0,08 x^2 & x \in [0, 5000] \\
 F_{BP2}(x) & = & 0,02 x^2 & x \in [9, 1200] \\
 F_{BP1}(x) & = & F_{BP3}(x) = F_{BW1}(x) = x^2 & x \in [0, 1950] \\
 F_{KENT11}(x) & = & 2 * 10^6 x^{\frac{1}{5}} & x \in [0, 10000] \\
 F_{KENT12}(x) & = & 1,7 * 10^6 x^{\frac{1}{5}} & x \in [0, 10000]
 \end{array}$$

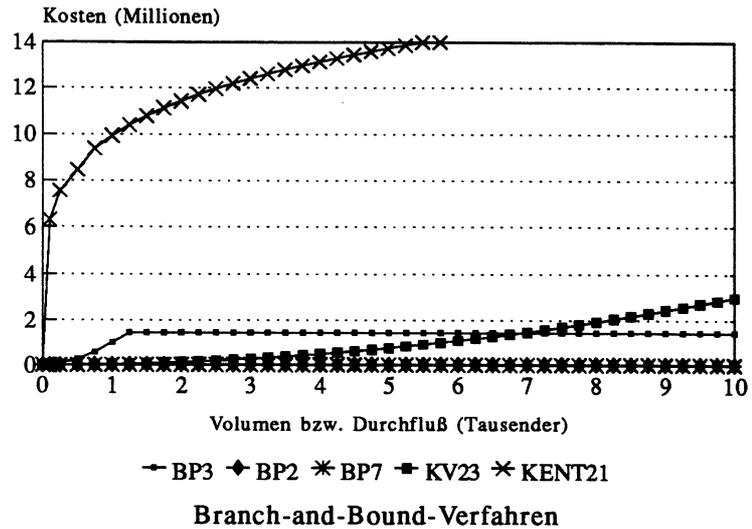
Darstellung der Kosten bezüglich Knoten KV1



Darstellung der Kostenfunktionen des Knotens KV1 und seiner umliegenden Systemkomponenten für das Simplexverfahren

$$\begin{aligned}
 F_{KV1}(x) &= 0,2x & x \in [0, 5000] \\
 F_{BP2}(x) &= 0,02x & x \in [9, 1200] \\
 F_{BP1}(x) &= F_{BP3}(x) = F_{BW1}(x) = x & x \in [0, 1950] \\
 F_{KENT11}(x) &= 200x & x \in [0, 10000] \\
 F_{KENT12}(x) &= 70x & x \in [0, 10000]
 \end{aligned}$$

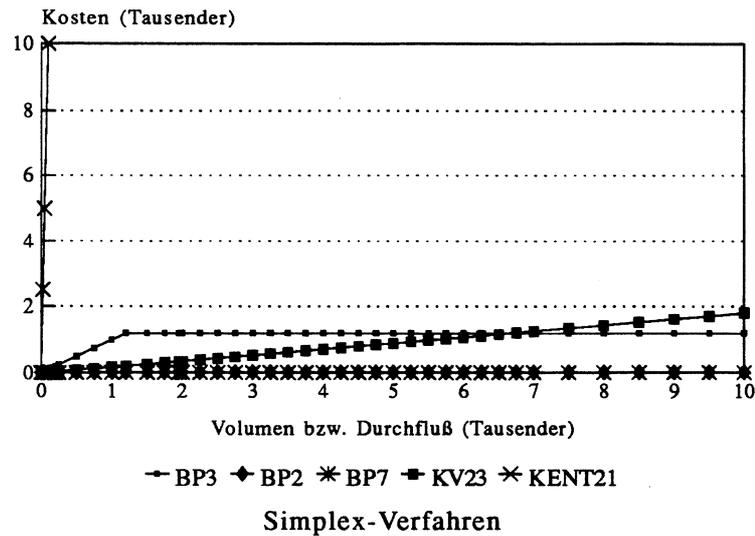
Darstellung der Kosten bezüglich Knoten KV23



Darstellung der Kostenfunktionen des Knotens KV23 und seiner umliegenden Systemkomponenten für das Branch-and-Bound-Verfahren

$$\begin{aligned}
 F_{KV23}(x) &= 0,03 x^2 && x \in [0, 5000] \\
 F_{BP2}(x) &= F_{BP5}(x) = 0,02 x^2 && x \in [9, 1200] \\
 F_{BP3}(x) &= F_{BP6}(x) = F_{BP4}(x) = x^2 && x \in [0, 1200] \\
 F_{BP7}(x) &= 0,01 x^2 && x \in [117, 1200] \\
 F_{KENT21}(x) &= 2,5 * 10^6 x^{\frac{1}{5}} && x \in [0, 10000]
 \end{aligned}$$

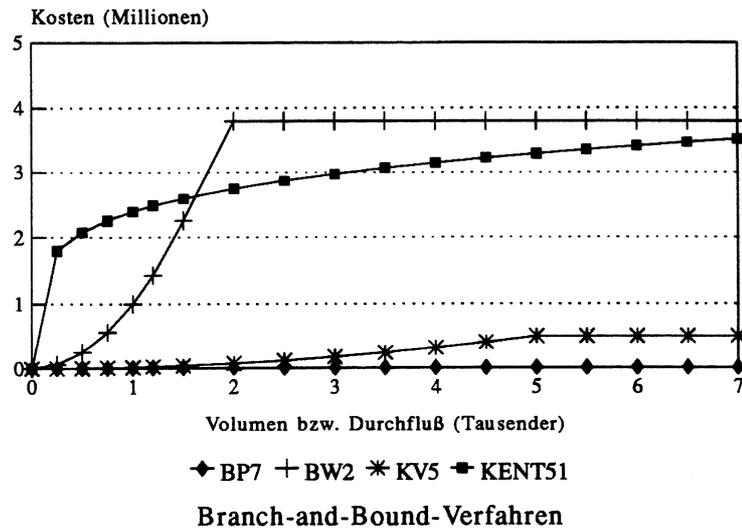
Darstellung der Kosten bezüglich Knoten KV23



Darstellung der Kostenfunktionen des Knotens KV23 und seiner umliegenden Systemkomponenten für das Simplexverfahren

$$\begin{aligned}
 F_{KV23}(x) &= 0,18x & x \in [0, 5000] \\
 F_{BP2}(x) &= F_{BP5}(x) = 0,02x & x \in [9, 1200] \\
 F_{BP3}(x) &= F_{BP6}(x) = F_{BP4} = x & x \in [0, 1200] \\
 F_{BP7}(x) &= 0,01x & x \in [117, 1200] \\
 F_{KENT21}(x) &= 100x & x \in [0, 10000]
 \end{aligned}$$

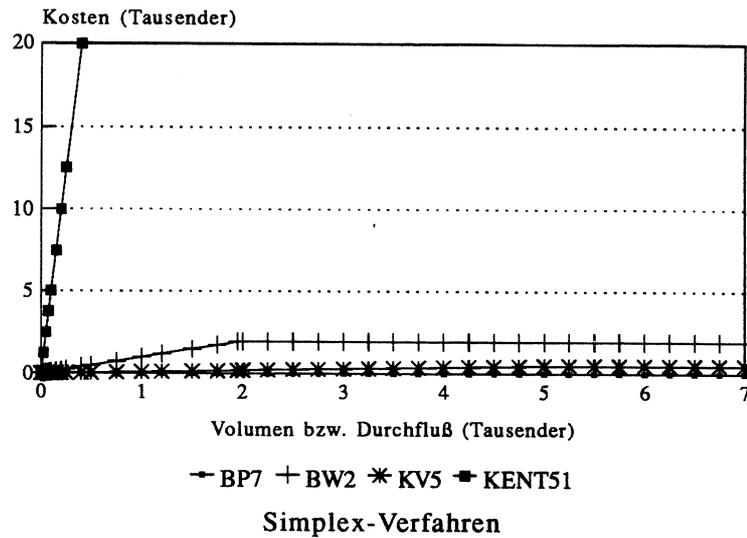
Darstellung der Kosten bezüglich Knoten KV5



Darstellung der Kostenfunktionen des Knotens KV5 und seiner umliegenden Systemkomponenten für das Branch-and-Bound-Verfahren

$$\begin{aligned}
 F_{KV5}(x) &= 0,02 x^2 & x \in [100, 5000] \\
 F_{BP7}(x) &= 0,01 x^2 & x \in [117, 1200] \\
 F_{BW2}(x) &= x^2 & x \in [0, 1950] \\
 F_{KENT51}(x) &= 0,6 * 10^5 x^{\frac{1}{5}} & x \in [0, 15000] \\
 F_{KENT52}(x) &= 0 & x \in [0, 35000]
 \end{aligned}$$

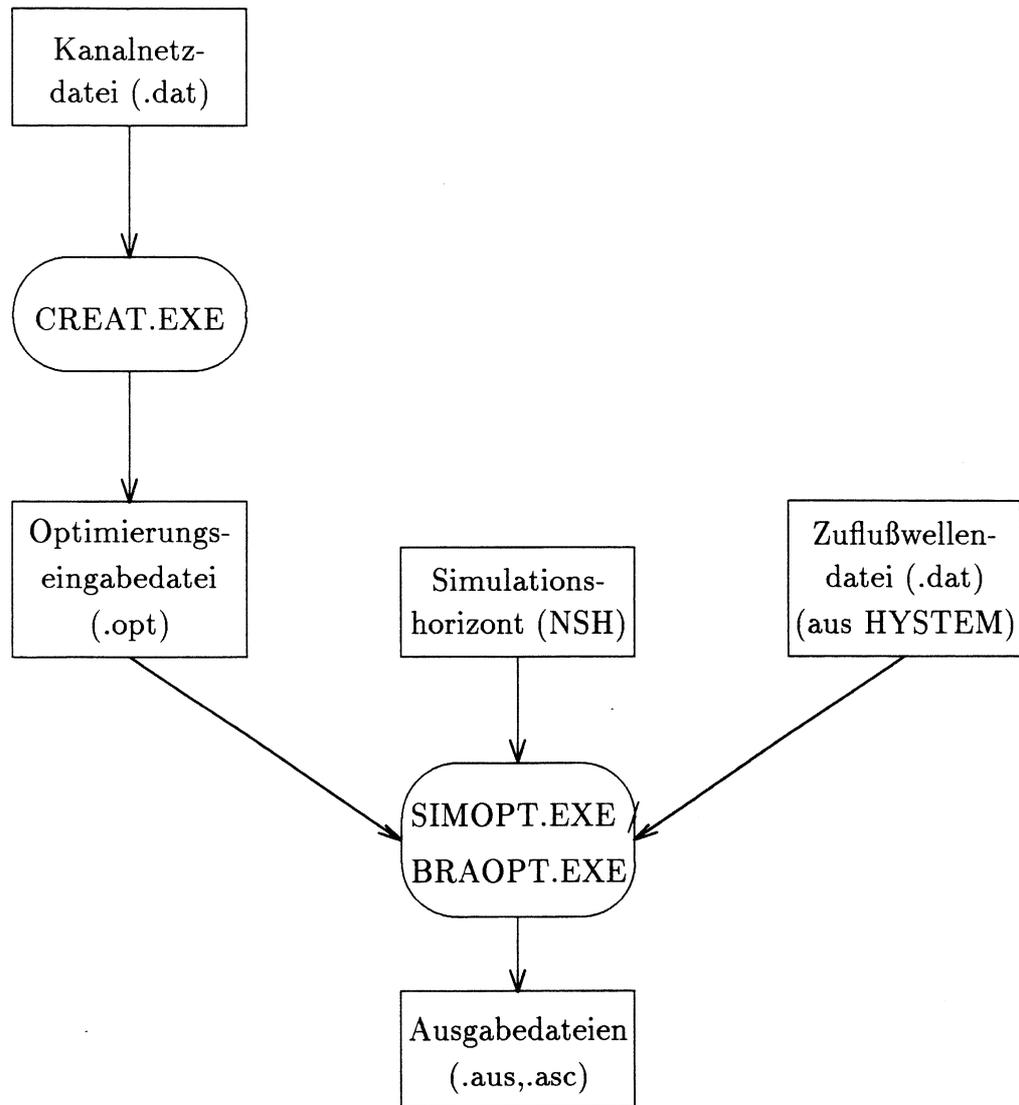
Darstellung der Kosten bezüglich Knoten KV5



Darstellung der Kostenfunktionen des Knotens KV5 und seiner umliegenden Systemkomponenten für das Simplexverfahren

$$\begin{aligned}
 F_{KV5}(x) &= 0,1 x & x \in [100, 5000] \\
 F_{BP7}(x) &= 0,01 x & x \in [117, 1200] \\
 F_{BW2}(x) &= x & x \in [0, 1950] \\
 F_{KENT51}(x) &= 50 x & x \in [0, 15000] \\
 F_{KENT52}(x) &= 0 & x \in [0, 35000]
 \end{aligned}$$

Anlage 3
(Datenerfassung und Programmdokumentation)



Kurzbeschreibung der Programme

CREAT: Hauptprogramm zur Erstellung eines Steuerungsproblems über einen festgelegten Berechnungshorizont aus einer speziellen Kanalnetzdatei

SUBROUTINE INPUT: Einlesen des Dateinamens und Öffnen der Kanalnetzdatei

SUBROUTINE NETZ: Einlesen der Anzahl und des Typs der Systemkomponenten, des Berechnungshorizontes und der Länge eines Zeitschrittes, sowie der Verknüpfungen innerhalb des Kanalnetzes

SUBROUTINE BOGEN: Einlesen der Bogenattribute und Erstellen der zugehörigen Randbedingungen in einer Restriktionsmatrix

SUBROUTINE KNOTEN: Einlesen der Knotenattribute und Erstellen der zugehörigen Randbedingungen in einer Restriktionsmatrix

SUBROUTINE DYNAMIK: Erstellen der dynamischen Randbedingungen, Aufruf aus Subroutine KNOTEN

SUBROUTINE DEFOUT: Öffnen der Ausgabedatei mit dem Suffix '.opt'

SUBROUTINE AUSGABE: Ausgabe aller benötigten Daten für das Steuerungsproblem, Schließen aller benötigten Dateien

SIMOPT: Hauptprogramm zur Berechnung einer Steuerungsstrategie über einen vorgegebenen Berechnungshorizont mittels der Simplexmethode mit oder ohne Regenzuflußdaten, einschließlich der Schleife der Durchläufe bis zum festzulegenden Simulationshorizont über die Subroutinen DATIN, SIMPLEX und NEUANF

SUBROUTINE INPUT: Einlesen des Dateinamens und des Simulationshorizontes

SUBROUTINE DEFOUT: Öffnen der Ausgabedateien mit den Suffixen '.aus' und '.asc'

SUBROUTINE DATIN: Einlesen des Steuerungsproblems, evtl. Einbinden der im vorherigen Durchlauf berechneten, neuen Anfangsbedingungen

SUBROUTINE ZUDAT: Einbau der Zuflußvorhersagedaten in die dynamischen Randbedingungen, Ausgabe der Zuflußdaten für jedes Steuerungsproblem ('.aus')

SUBROUTINE WELLIN: Einlesen der Wellendatei mit den Regenzuflußdaten pro Minute, spaltenweise abgespeichert für jedes Einzugsgebiet (aus HYSTEM)

SUBROUTINE SIMPLEX: Berechnung der optimalen Sollwerte eines linearen Steuerungsproblems mit der Simplexmethode

SUBROUTINE MAXROW: Bestimmung des maximalen Wertes in einer Zeile einer Matrix

SUBROUTINE QUOTMIN: Bestimmung des Quotientenmaximums aus verschiedenen Einträgen der Restriktionsmatrix

SUBROUTINE CHANGE: Austausch von Basis- und Nichtbasisvariable mit Transformation der Restriktionsmatrix

SUBROUTINE NEUANF: Ausgabe der Ergebnisse zum einen für jedes gerade betrachtete Steuerungsproblem ('aus.'), zum anderen jeweils für den Zeitpunkt $t=2$ ('asc.'), Festlegung der neuen Anfangsbedingungen für das nächste Steuerungsproblem

BRAOPT: Hauptprogramm zur Berechnung einer Steuerungsstrategie über einen vorgegebenen Berechnungshorizont mittels der Branch-and-Bound-Methode mit oder ohne Regenzuflußdaten, einschließlich der Schleife der Durchläufe bis zum festzulegenden Simulationshorizont über die Subroutinen DATIN, BRABO und NEUANF

FUNCTION FUNC: Definition einer Funktion, ihrer partiellen Ableitungen und der einzelnen Teilfunktionen aus der entsprechenden Matrix, deren Einträge die Koeffizienten und Exponenten der Funktion (Kostenfunktion, Hüllfunktional) festlegen, und Rückgabe des zugehörigen Wertes für einen Vektor

SUBROUTINE INPUT: Einlesen des Dateinamens und des Simulationshorizontes

SUBROUTINE DEFOUT: Öffnen der Ausgabedateien mit den Suffixen '.aus' und '.asc'

SUBROUTINE DATIN: Einlesen des Steuerungsproblems, evtl. Einbinden der im vorherigen Durchlauf berechneten, neuen Anfangsbedingungen, Ermittlung der Konvexität der einzelnen Teilkostenfunktionen

SUBROUTINE ZUDAT: Einbau der Zuflußvorhersagedaten in die dynamischen Randbedingungen, Ausgabe der Zuflußdaten für jedes Steuerungsproblem ('aus')

SUBROUTINE WELLIN: Einlesen der Wellendatei mit den Regenzuflußdaten pro Minute, spaltenweise abgespeichert für jedes Einzugsgebiet (aus HYSTEM)

SUBROUTINE BRABO: Berechnung der optimalen Sollwerte eines nichtlinearen Steuerungsproblems mit der Branch-and-Bound-Methode, einschließlich

Schleife über die Subroutinen ZGRAD, INITA und UMSPEICH zur schrittweisen Annäherung an die Lösung

SUBROUTINE INITA: Initialisierung der Restriktionsmatrix A zur Festlegung der Teilbereiches aus der Schnittmenge über den gerade betrachteten Teilquader und den gesamten zulässigen Bereich des Steuerungsproblems

SUBROUTINE ZGRAD: Berechnung der Lösung einer konvexen Optimierungsaufgabe mit der Methode der zulässigen Richtungen nach Zoutendijk, einschließlich Schleife zur schrittweisen Annäherung an die Lösung

SUBROUTINE VORPHASE: Berechnung der Lösung einer linearen Optimierungsaufgabe mit der M-Methode (innerhalb des Simplexalgorithmus) zur Bestimmung einer zulässigen Anfangsecke

SUBROUTINE SVBERN5: Berechnung der Lösung einer linearen Optimierungsaufgabe mit der Simplexmethode zur Ermittlung einer zulässigen Richtung auf Basis der Normierungsbedingung N_5

SUBROUTINE HALBI: Halbierungsverfahren zur Bestimmung der optimalen Schrittweite auf einem Strahl

SUBROUTINE UMSPEICH: Abspeicherung der berechneten Ergebnisse der Branch-and-Bound-Methode, ggf. Umspeicherung der Ergebnisse aus vorherigen Durchläufen für das neu zu betrachtende Steuerungsproblem

SUBROUTINE NEUANF: Ausgabe der Ergebnisse zum einen für jedes gerade betrachtete Steuerungsproblem ('aus. '), zum anderen jeweils für den Zeitpunkt $t=2$ ('asc. '), Festlegung der neuen Anfangsbedingungen für das nächste Steuerungsproblem

Auf den nächsten Seiten werden repräsentativ für das Branch-and-Bound-Verfahren eine Eingabe-, eine Optimierungs-, eine Regenzufluß- und zwei Ausgabedatein abgebildet.

```

-----
Anzahl der Systemkomponenten N: 19
Anzahl der Knoten           NK: 9
Anzahl der Bogen           NB: 10
Anzahl der Einzugsgebiete NEZ: 3
Berechnungshorizont       NBH: 1
Zeitschritt (ZS in min.)  NZS: 5

```

Formate:

```

X33,I2
X33,I2
X33,I2
X33,I2
X33,I2
X33,I2

```

Verknüpfungen des Kanalnetzes als Matrix KN (Bogen,Knoten): 9X,50(I1,7X)

	KV1	KV23	KV4	KV5	KENT11	KENT12	KENT21	KENT51	KENT52
BP1	1	0	0	0	0	2	0	0	0
BW1	1	0	0	0	2	0	0	0	0
BP2	1	2	0	0	0	0	0	0	0
BP3	2	1	0	0	0	0	0	0	0
BP4	0	1	0	0	0	0	2	0	0
BP5	0	2	1	0	0	0	0	0	0
BP6	0	1	2	0	0	0	0	0	0
BP7	0	1	0	2	0	0	0	0	0
BP8	0	0	0	1	0	0	0	0	2
BW2	0	0	0	1	0	0	0	2	0
EZ1	2	0	0	0	0	0	0	0	0
EZ23	0	2	0	0	0	0	0	0	0
EZ4	0	0	2	0	0	0	0	0	0

Formate:

```

Bogen - Name: BP1
Def: Entlastungspumpe in den Vorfluter KENT12
Attribute Fließzeit : 1 ZS-Einheit
max.Kapazität : 4.00 m**3/s
min.Kapazität : 00.00 m**3/s
Anfangszustand: 00.00 m**3/s
Kosten Koeff/Expo(ai,&i): 1.00 02.00
Koeff/Expo(bi,&i): 00.00 00.00
Konstante (ci) : 100.00

```

15X,A7

30X,I1

30X,F8.2

30X,F8.2

30X,F8.2

30X,E8.2,4X,E8.2

30X,E8.2,4X,E8.2

30X,E8.2

```

Bogen - Name: BW1
Def: Entlastungswehr in den Vorfluter KENT11 (Durchfluss)
Attribute Fließzeit : 1 ZS-Einheit
max.Kapazität : 6.50 m**3/s
min.Kapazität : 00.00 m**3/s
Anfangszustand: 0.00 m**3/s
Kosten Koeff/Expo(ai,&i): 1.00 02.00
Koeff/Expo(bi,&i): 0.00 00.00
Konstante (ci) : 0.00

```

```

Bogen - Name: BP2
Def: Förderpumpe zwischen KV1 und KV2
Attribute Fließzeit : 1 ZS-Einheit
max.Kapazität : 4.00 m**3/s
min.Kapazität : 00.03 m**3/s
Anfangszustand: 0.03 m**3/s
Kosten Koeff/Expo(ai,&i): 0.02 02.00
Koeff/Expo(bi,&i): 0.00 00.00
Konstante (ci) : 10.00

```

```

Bogen - Name: BP3
Def: Förderpumpe zwischen KV2 und KV1
Attribute Fließzeit : 1 ZS-Einheit
max.Kapazität : 4.00 m**3/s
min.Kapazität : 00.00 m**3/s
Anfangszustand: 0.00 m**3/s

```

Kosten Koeff/Expo(ai,&i): 1.00 02.00
Koeff/Expo(bi,&i): 0.00 00.00
Konstante (ci) : 10.00

Bogen - Name: BP4

Def: Entlastungspumpe in den Vorfluter KENT21

Attribute Fließzeit : 1 ZS-Einheit
max.Kapazität : 4.00 m**3/s
min.Kapazität : 00.00 m**3/s
Anfangszustand: 00.00 m**3/s

Kosten Koeff/Expo(ai,&i): 1.00 02.00
Koeff/Expo(bi,&i): 0.00 00.00
Konstante (ci) : 100.00

Bogen - Name: BP5

Def: Förderpumpe zwischen KV4 und KV23

Attribute Fließzeit : 1 ZS-Einheit
max.Kapazität : 4.00 m**3/s
min.Kapazität : 00.03 m**3/s
Anfangszustand: 00.03 m**3/s

Kosten Koeff/Expo(ai,&i): 00.02 02.00
Koeff/Expo(bi,&i): 00.00 00.00
Konstante (ci) : 10.00

Bogen - Name: BP6

Def: Förderpumpe zwischen KV23 und KV4

Attribute Fließzeit : 1 ZS-Einheit
max.Kapazität : 4.00 m**3/s
min.Kapazität : 00.00 m**3/s
Anfangszustand: 00.00 m**3/s

Kosten Koeff/Expo(ai,&i): 1.00 02.00
Koeff/Expo(bi,&i): 00.00 00.00
Konstante (ci) : 10.00

Bogen - Name: BP7

Def: Förderpumpe zwischen KV23 und KV5 (=Vorklärbecken VKB)

Attribute Fließzeit : 1 ZS-Einheit
max.Kapazität : 4.00 m**3/s
min.Kapazität : 00.39 m**3/s
Anfangszustand: 00.39 m**3/s

Kosten Koeff/Expo(ai,&i): 00.01 02.00
Koeff/Expo(bi,&i): 00.00 00.00
Konstante (ci) : 10.00

Bogen - Name: BP8

Def: Förderpumpe zwischen KV5 und KENT52 (Reinigungsleistung der KA)

Attribute Fließzeit : 1 ZS-Einheit
max.Kapazität : 0.80 m**3/s
min.Kapazität : 00.39 m**3/s
Anfangszustand: 00.39 m**3/s

Kosten Koeff/Expo(ai,&i): 00.00 00.00
Koeff/Expo(bi,&i): 00.00 00.00
Konstante (ci) : 50.00

Bogen - Name: BW2

Def: Entlastungswehr zwischen KV5 (VKB) und KENT51

Attribute Fließzeit : 1 ZS-Einheit
max.Kapazität : 6.50 m**3/s
min.Kapazität : 00.00 m**3/s
Anfangszustand: 00.00 m**3/s

Kosten Koeff/Expo(ai,&i): 1.00 02.00
Koeff/Expo(bi,&i): 00.00 00.00

Konstante (ci) : 0.00

Formate:

Knoten - Name: KV1

15X,A7

Def: Regenrückhaltebecken

Attribute max.Volumen : 5000.00 m**3

30X,F8.2

min.Volumen : 00.00 m**3

30X,F8.2

Anfangszustand: 0.00 m**3

30X,F8.2

Kosten Koeff/Expo(ai,&i): 0.08 02.00

30X,F8.2,4X,F8.2

Koeff/Expo(bi,&i): 0.00 00.00

30X,F8.2,4X,F8.2

Konstante (ci) : 00.00

30X,F8.2

Regenzuflüsse : J (J/N)

30X,A1

Knoten - Name: KV23

Def: Regenrückhaltebecken

Attribute max.Volumen : 10000.00 m**3

min.Volumen : 00.00 m**3

Anfangszustand: 620.00 m**3

Kosten Koeff/Expo(ai,&i): 0.03 02.00

Koeff/Expo(bi,&i): 0.00 00.00

Konstante (ci) : 0.00

Regenzuflüsse : J (J/N)

Knoten - Name: KV4

Def: Regenrückhaltebecken

Attribute max.Volumen : 5000.00 m**3

min.Volumen : 00.00 m**3

Anfangszustand: 0 m**3

Kosten Koeff/Expo(ai,&i): 0.08 02.00

Koeff/Expo(bi,&i): 0.00 00.00

Konstante (ci) : 0.00

Regenzuflüsse : J (J/N)

Knoten - Name: KV5

Def: Regenüberlaufbecken (Vorklärbecken der KA)

Attribute max.Volumen : 5000.00 m**3

min.Volumen : 100.00 m**3

Anfangszustand: 1150.00 m**3

Kosten Koeff/Expo(ai,&i): 0.02 02.00

Koeff/Expo(bi,&i): 0.00 00.00

Konstante (ci) : 0.00

Regenzuflüsse : N (J/N)

Knoten - Name: KENT11

Def: Vorfluter (empfindlich)

Attribute max.Volumen : 10000.00 m**3

min.Volumen : 00.00 m**3

Anfangszustand: 0 m**3

Kosten Koeff/Expo(ai,&i): 2.00E6 00.20

Koeff/Expo(bi,&i): 0.00 00.00

Konstante (ci) : 0.00

Regenzuflüsse : N (J/N)

Knoten - Name: KENT12

Def: Vorfluter (unempfindlich)

Attribute max.Volumen : 10000.00 m**3

min.Volumen : 00.00 m**3

Anfangszustand: 0 m**3

Koeff/Expo(bi,βi): 0.00 00.00
Konstante (ci) : 0.00
Regenzuflüsse : N (J/N)

Knoten - Name: KENT21

Def: Vorfluter (empfindlich)

Attribute max.Volumen : 10000.00 m**3
min.Volumen : 00.00 m**3
Anfangszustand: 0 m**3

Kosten Koeff/Expo(ai,αi): 2.50E6 00.20
Koeff/Expo(bi,βi): 0.00 00.00
Konstante (ci) : 0.00
Regenzuflüsse : N (J/N)

Knoten - Name: KENT51

Def: Vorfluter (unempfindlich,Entlastung des tw. gereinigten Mischwassers)

Attribute max.Volumen : 15000.00 m**3
min.Volumen : 00.00 m**3
Anfangszustand: 0 m**3

Kosten Koeff/Expo(ai,αi): 6.00E5 00.20
Koeff/Expo(bi,βi): 0.00 00.00
Konstante (ci) : 0.00
Regenzuflüsse : N (J/N)

Knoten - Name: KENT52

Def: Vorfluter (Auslass aus der KA)

Attribute max.Volumen : 35000.00 m**3
min.Volumen : 00.00 m**3
Anfangszustand: 240.00 m**3

Kosten Koeff/Expo(ai,αi): 0.00 00.00
Koeff/Expo(bi,βi): 0.00 00.00
Konstante (ci) : 0.00
Regenzuflüsse : N (J/N)

++++++

Kommentar:

- Anzahl Bogen + Anzahl Knoten >= Anzahl Systemkomponenten
- Verknüpfung des Netzes als Matrix KN mit Dimension (NB+NEZ,NK) mit
KN(i,j) = 1, wenn Bogen i aus Knoten j hinausführt
= 2, wenn Bogen i in Knoten j mündet
= 0, sonst

Zuflüsse zu Knoten rein informativ

- Reihenfolge der Bogen- und Knoten-Definitionen entsprechend der aus der Netzstruktur-Matrix KN wählen (WICHTIG!!!)
- Beginn der Knotendefinition und Ende der Datei durch '++++++' kennzeichnen
- Beginn der einzelnen Definitionen durch '*****' kennzeichnen
- Reihenfolge innerhalb der Definitionen einhalten, Leerzeilen sind nur zwischen den Definitionen erlaubt

Erklärung zu den Inhalten der Definitionen:

Bogen:

- Name zur Verwendung im Rechenlauf und Identifikation in der Ausgabedatei
- Typbezeichnung nur für den Anwender
- Fließzeit mit mindestens 1 festlegen
- max. Kapazität ist Pflichteingabe
- min. Kapazität optional
- Angabe des Durchflusses sowohl in m**3/s als auch in m**3/t (pro Zeitschritt) möglich

- Eingabedaten zu den Kosten definiert folgende Funktion:

$$a_i * X_i^{\alpha_i} + b_i * X_i^{\beta_i} \pm d_i * X_i$$

Funktion muß eindeutig konvex oder konkav sein !!

Knoten:

- Erklärung zu Name, Typ und Kosten siehe Bogendefinition
- max. Volumen ist Pflichteingabe
- min. Volumen optional
- Angabe, ob Regenzuflüsse vorhanden sind, sind notwendig zum erstellen der Systemdynamik des betreffenden Knotens
Regenzuflußdaten müssen in einer externen Datei spaltenweise vorliegen

Eingabedatei zur Optimierungsmethode aus der Kanalnetzdatei: synkl.dat

Anzahl der Systemkomponenten N:

47

Höhe des Berechnungshorizontes für einen Durchlauf:

1

Länge eines Berechnungszeitschrittes (in Minuten):

5

Eingabe der Koeffizienten der Kostenfunktion A(1,K):

BP1t1	:	.10E+01	.20E+01	.00E+00	.00E+00	-.10E+03
BP1t2	:	.10E+01	.20E+01	.00E+00	.00E+00	.10E+03
BW1t1	:	.10E+01	.20E+01	.00E+00	.00E+00	.00E+00
BW1t2	:	.10E+01	.20E+01	.00E+00	.00E+00	.00E+00
BP2t1	:	.20E-01	.20E+01	.00E+00	.00E+00	-.10E+02
BP2t2	:	.20E-01	.20E+01	.00E+00	.00E+00	.10E+02
BP3t1	:	.10E+01	.20E+01	.00E+00	.00E+00	-.10E+02
BP3t2	:	.10E+01	.20E+01	.00E+00	.00E+00	.10E+02
BP4t1	:	.10E+01	.20E+01	.00E+00	.00E+00	-.10E+03
BP4t2	:	.10E+01	.20E+01	.00E+00	.00E+00	.10E+03
BP5t1	:	.20E-01	.20E+01	.00E+00	.00E+00	-.10E+02
BP5t2	:	.20E-01	.20E+01	.00E+00	.00E+00	.10E+02
BP6t1	:	.10E+01	.20E+01	.00E+00	.00E+00	-.10E+02
BP6t2	:	.10E+01	.20E+01	.00E+00	.00E+00	.10E+02
BP7t1	:	.10E-01	.20E+01	.00E+00	.00E+00	-.10E+02
BP7t2	:	.10E-01	.20E+01	.00E+00	.00E+00	.10E+02
BP8t1	:	.00E+00	.00E+00	.00E+00	.00E+00	-.50E+02
BP8t2	:	.00E+00	.00E+00	.00E+00	.00E+00	.50E+02
BW2t1	:	.10E+01	.20E+01	.00E+00	.00E+00	.00E+00
BW2t2	:	.10E+01	.20E+01	.00E+00	.00E+00	.00E+00
KV1t1	:	.80E-01	.20E+01	.00E+00	.00E+00	.00E+00
KV1t2	:	.80E-01	.20E+01	.00E+00	.00E+00	.00E+00
KV1t3	:	.80E-01	.20E+01	.00E+00	.00E+00	.00E+00
KV23t1	:	.30E-01	.20E+01	.00E+00	.00E+00	.00E+00
KV23t2	:	.30E-01	.20E+01	.00E+00	.00E+00	.00E+00
KV23t3	:	.30E-01	.20E+01	.00E+00	.00E+00	.00E+00
KV4t1	:	.80E-01	.20E+01	.00E+00	.00E+00	.00E+00
KV4t2	:	.80E-01	.20E+01	.00E+00	.00E+00	.00E+00
KV4t3	:	.80E-01	.20E+01	.00E+00	.00E+00	.00E+00
KV5t1	:	.20E-01	.20E+01	.00E+00	.00E+00	.00E+00
KV5t2	:	.20E-01	.20E+01	.00E+00	.00E+00	.00E+00
KV5t3	:	.20E-01	.20E+01	.00E+00	.00E+00	.00E+00
KENT11t1	:	.20E+07	.20E+00	.00E+00	.00E+00	.00E+00
KENT11t2	:	.20E+07	.20E+00	.00E+00	.00E+00	.00E+00
KENT11t3	:	.20E+07	.20E+00	.00E+00	.00E+00	.00E+00
KENT12t1	:	.17E+07	.20E+00	.00E+00	.00E+00	.00E+00
KENT12t2	:	.17E+07	.20E+00	.00E+00	.00E+00	.00E+00
KENT12t3	:	.17E+07	.20E+00	.00E+00	.00E+00	.00E+00
KENT21t1	:	.25E+07	.20E+00	.00E+00	.00E+00	.00E+00
KENT21t2	:	.25E+07	.20E+00	.00E+00	.00E+00	.00E+00
KENT21t3	:	.25E+07	.20E+00	.00E+00	.00E+00	.00E+00
KENT51t1	:	.60E+06	.20E+00	.00E+00	.00E+00	.00E+00
KENT51t2	:	.60E+06	.20E+00	.00E+00	.00E+00	.00E+00
KENT51t3	:	.60E+06	.20E+00	.00E+00	.00E+00	.00E+00
KENT52t1	:	.00E+00	.00E+00	.00E+00	.00E+00	.00E+00
KENT52t2	:	.00E+00	.00E+00	.00E+00	.00E+00	.00E+00
KENT52t3	:	.00E+00	.00E+00	.00E+00	.00E+00	.00E+00

Anzahl der verschiedenen Restriktionen M1,M2,M3:

47 11 18 + 7

Eingabe der Restriktionsmatrix A(I,K):

Beispiel einer Zuflusswellendatei:

Nur undurchlässigen Flächen, keine Verluste, 5,5,5,0.

Änderungen alpu=0.

1 11992	13 0 0	1 11992	1326 0
HYSTEM BLOCK		4	
SCHACHT-02SCHACHT-06		SCHACHT-11SCHACHT-14	
1 11992	13 0 0		
2.883773	2.883773	2.883773	2.883773
1 11992	13 1 0		
4.757086	4.757086	4.757086	4.757086
1 11992	13 2 0		
5.995010	5.995010	5.995010	5.995010
1 11992	13 3 0		
6.813057	6.813057	6.813057	6.813057
1 11992	13 4 0		
7.353640	7.353640	7.353640	7.353640
1 11992	13 5 0		
7.710867	7.710867	7.710867	7.710867
1 11992	13 6 0		
7.946932	7.946932	7.946932	7.946932
1 11992	13 7 0		
8.102927	8.102927	8.102927	8.102927
1 11992	13 8 0		
8.206013	8.206013	8.206013	8.206013
1 11992	13 9 0		
8.274135	8.274135	8.274135	8.274135
1 11992	1310 0		
8.319151	8.319151	8.319151	8.319151
1 11992	1311 0		
8.355277	8.355277	8.355277	8.355277
1 11992	1312 0		
8.355277	8.355277	8.355277	8.355277
1 11992	1313 0		
8.355277	8.355277	8.355277	8.355277
1 11992	1314 0		
8.355277	8.355277	8.355277	8.355277
1 11992	1315 0		
5.471504	5.471504	5.471504	5.471504
1 11992	1316 0		
3.598191	3.598191	3.598191	3.598191
1 11992	1317 0		
2.360266	2.360266	2.360266	2.360266
1 11992	1318 0		
1.542220	1.542220	1.542220	1.542220
1 11992	1319 0		
1.001637	1.001637	1.001637	1.001637
1 11992	1320 0		
.644409	.644409	.644409	.644409
1 11992	1321 0		
.408345	.408345	.408345	.408345
1 11992	1322 0		
.252349	.252349	.252349	.252349
1 11992	1323 0		
.149263	.149263	.149263	.149263
1 11992	1324 0		
.081142	.081142	.081142	.081142
1 11992	1325 0		
.036126	.036126	.036126	.036126
1 11992	1326 0		
.000000	.000000	.000000	.000000

.000000	.000000	.000000	.000000

DURCHLAUF MIT NUMMER: 1

Minimum = 111437.10
 BP2t1 - Wert= 9.00
 BP2t2 - Wert= 9.00
 BP3t1 - Wert= 25.85
 BP3t2 - Wert= 4.21
 BP5t1 - Wert= 9.00
 BP5t2 - Wert= 9.00
 BP6t1 - Wert= 25.00
 BP6t2 - Wert= 3.86
 BP7t1 - Wert= 117.00
 BP7t2 - Wert= 117.00
 BP8t1 - Wert= 117.00
 BP8t2 - Wert= 117.00
 KV1t1 - Wert= .28
 KV1t2 - Wert= 17.13
 KV1t3 - Wert= 123.58
 KV23t1 - Wert= 620.00
 KV23t2 - Wert= 470.15
 KV23t3 - Wert= 585.58
 KV4t2 - Wert= 16.00
 KV4t3 - Wert= 122.11
 KV5t1 - Wert= 1150.00
 KV5t2 - Wert= 1150.00
 KV5t3 - Wert= 1150.00
 KENT52t1 - Wert= 240.00
 KENT52t2 - Wert= 357.00
 KENT52t3 - Wert= 474.00

Die restlichen X-Werte sind gleich Null.

DURCHLAUF MIT NUMMER: 2

Minimum = 209659.10
 BP2t2 - Wert= 9.00
 BP2t3 - Wert= 68.51
 BP3t2 - Wert= 4.21
 BP3t3 - Wert= 10.13
 BP5t2 - Wert= 9.00
 BP5t3 - Wert= 61.08
 BP6t2 - Wert= 3.86
 BP6t3 - Wert= 10.64
 BP7t2 - Wert= 117.00
 BP7t3 - Wert= 384.65
 BP8t2 - Wert= 117.00
 BP8t3 - Wert= 219.31
 KV1t2 - Wert= 17.13
 KV1t3 - Wert= 123.58
 KV1t4 - Wert= 530.42
 KV23t2 - Wert= 470.15
 KV23t3 - Wert= 585.58
 KV23t4 - Wert= 1240.17
 KV4t2 - Wert= 16.00
 KV4t3 - Wert= 122.11
 KV4t4 - Wert= 536.88
 KV5t2 - Wert= 1150.00
 KV5t3 - Wert= 1150.00
 KV5t4 - Wert= 1315.34
 KENT52t2 - Wert= 357.00
 KENT52t3 - Wert= 474.00
 KENT52t4 - Wert= 693.31

Die restlichen X-Werte sind gleich Null.

DURCHLAUF MIT NUMMER: 3

Minimum = 729557.50
BP2t3 - Wert= 68.51
BP2t4 - Wert= 382.43
BP3t3 - Wert= 10.13
BP3t4 - Wert= 30.14
BP5t3 - Wert= 61.08
BP5t4 - Wert= 383.35
BP6t3 - Wert= 10.64
BP6t4 - Wert= 29.21
BP7t3 - Wert= 384.65
BP7t4 - Wert= 1173.64
BP8t3 - Wert= 219.31
BP8t4 - Wert= 236.91
KV1t3 - Wert= 123.58
KV1t4 - Wert= 530.42
KV1t5 - Wert= 1135.54
KV23t3 - Wert= 585.58
KV23t4 - Wert= 1240.17
KV23t5 - Wert= 2687.79
KV4t3 - Wert= 122.11
KV4t4 - Wert= 536.88
KV4t5 - Wert= 1140.15
KV5t3 - Wert= 1150.00
KV5t4 - Wert= 1315.34
KV5t5 - Wert= 2252.06
KENT52t3 - Wert= 474.00
KENT52t4 - Wert= 693.31
KENT52t5 - Wert= 930.22

Die restlichen X-Werte sind gleich Null.

	BP1	BW1	BP2	BP3	BP4	BP5	BP6	BP7	BP8	BW2	KV1	KV23	KV4	KV5	KENT11	KENT12	KENT21	KENT51	KENT52
1	,00	,00	9,00	25,85	,00	9,00	25,00	117,00	117,00	,00	,28	620,00	,00	1150,00	,00	,00	,00	,00	240,00
2	,00	,00	9,00	4,21	,00	9,00	3,86	117,00	117,00	,00	17,13	470,15	16,00	1150,00	,00	,00	,00	,00	357,00
3	,00	,00	68,51	10,13	,00	61,08	10,64	384,65	219,31	,00	123,58	585,58	122,11	1150,00	,00	,00	,00	,00	474,00
4	,00	,00	382,43	30,14	,00	383,35	29,21	1173,64	236,91	,00	530,42	1240,17	536,88	1315,34	,00	,00	,00	,00	693,21
5	,00	,00	462,51	35,28	,00	462,51	35,28	1200,00	236,38	,00	1135,54	2687,79	1140,15	2252,06	,00	,00	,00	,00	930,22
6	,00	,00	459,99	35,43	,00	459,99	35,43	1200,00	236,37	,00	1951,04	4827,68	1955,65	3215,68	,00	,00	,00	,00	1166,61
7	,00	,00	394,70	30,30	,00	394,82	30,78	1057,58	236,89	,00	2709,98	6843,77	2714,59	4119,31	,00	,00	,00	,00	1402,97
8	,00	,00	55,52	230,59	,00	518,02	41,78	240,00	240,00	,00	3255,03	8333,52	3260,01	5000,00	,00	,00	,00	,00	1639,87
9	,00	,00	44,62	297,93	,00	9,00	292,99	231,21	231,21	,00	4109,49	9753,46	3463,16	5000,00	,00	,00	,00	,00	1879,87
10	,00	,00	249,46	,00	,00	9,00	375,19	641,54	240,00	246,85	4870,32	10000,00	4254,67	4845,32	,00	,00	,00	,00	2111,08
11	,00	,00	283,23	,00	,00	283,23	,00	1132,91	240,00	892,91	5000,00	10000,00	5000,00	5000,00	,00	,00	,00	,00	2351,08
12	,00	,00	211,58	,00	,00	211,58	,00	846,32	240,00	606,31	5000,00	10000,00	5000,00	5000,00	,00	,00	,00	,00	2591,08
13	,00	,00	138,45	27,55	,00	158,06	,00	585,07	240,00	345,07	5000,00	10000,00	5000,00	5000,00	,00	,00	,00	,00	2831,08
14	47,15	,00	112,53	6,26	,00	118,07	,00	460,50	240,00	220,50	5000,00	10000,00	5000,00	5000,00	,00	,00	,00	,00	3071,08
15	,00	,00	86,20	,00	,00	161,01	,00	425,62	240,00	185,62	5000,00	10000,00	5000,00	5000,00	,00	,00	,00	,00	3311,08
16	,00	,00	115,29	,16	,00	186,41	,52	432,81	238,85	193,96	5000,00	10000,00	4927,20	5000,00	,00	,00	,00	,00	3551,08
17	,00	,00	223,97	1,17	,00	107,83	19,39	409,68	225,15	184,53	4950,06	10000,00	4767,20	5000,00	,00	,00	,00	,00	3789,92
18	,00	,00	203,42	11,09	,00	190,49	54,95	401,41	233,03	168,38	4776,49	10000,00	4607,98	5000,00	,00	,00	,00	,00	4015,08
19	,00	,00	154,05	15,90	,00	200,23	34,59	358,06	234,58	123,48	4620,93	10000,00	4669,21	5000,00	,00	,00	,00	,00	4248,11
20	,00	,00	162,81	26,18	,00	184,50	1,29	352,69	233,33	119,36	4509,92	10000,00	4530,72	5000,00	,00	,00	,00	,00	4482,69
21	,00	,00	186,28	23,46	,00	181,06	19,00	341,93	235,28	106,64	4389,70	10000,00	4363,93	5000,00	,00	,00	,00	,00	4716,02
22	,00	,00	206,54	8,51	,00	156,81	5,00	357,16	238,65	118,51	4232,40	10000,00	4209,38	5000,00	,00	,00	,00	,00	4951,30
23	,00	,00	184,82	10,22	,00	161,40	6,83	331,04	238,71	92,33	4035,58	9995,07	4058,77	5000,00	,00	,00	,00	,00	5189,95
24	,00	,00	218,79	11,45	,00	136,06	8,30	346,50	238,77	107,73	3860,98	9993,20	3904,21	5000,00	,00	,00	,00	,00	5428,66
25	,00	,00	245,72	62,50	,00	24,51	11,40	285,02	238,40	46,62	3653,64	9981,80	3776,44	5000,00	,00	,00	,00	,00	5667,43

Anlage 4
(Daten zur Sensitivitätsanalyse)

Simulationsergebnisse mit der Branch-and-Bound-Methode für das Ersatzsystem mit Entlastungsknoten

	BP1	BW1	BP2	BP3	BP4	BP5	BP6	BP7	BP8	BW2	KV1	KV23	KV4	KV5	KENT11	KENT12	KENT21	KENT52
Berechnungshorizont 1, Regenerereignis Nr.1																		
Mittelwert	0,00	0,00	80,08	17,53	0,00	63,52	14,23	218,52	216,42	0,00	926,91	2725,37	996,73	3617,59				
Variation			45,94	10,69		45,17	9,48	45,48							0,00	0,00	0,00	0,00
Auslastung	0,00	0,00	6,67	1,46	0,00	5,29	1,19	18,21	90,17	0,00	18,54	27,25	19,93	72,35				
Berechnungshorizont 1, Regenerereignis Nr.2																		
Mittelwert	15,39	0,00	80,79	22,42	0,00	89,47	15,61	288,21	236,93	46,53	1811,20	4915,02	1951,61	4320,17				
Variation			66,27	15,64		60,43	13,75	46,76							0,00	1539,06	0,00	4653,12
Auslastung	1,28	0,00	6,73	1,87	0,00	7,46	1,30	24,02	98,72	2,39	36,22	49,15	39,03	86,40				
Berechnungshorizont 1, Regenerereignis Nr.3																		
Mittelwert	0,60	0,01	98,03	23,06	0,00	93,26	18,70	297,26	236,00	48,35	2073,19	5442,22	2190,70	4499,71				
Variation			64,14	14,00		55,35	13,77	67,01							0,69	58,94	0,00	4786,20
Auslastung	0,05	0,00	8,17	1,92	0,00	7,77	1,56	24,77	98,33	2,48	41,46	54,42	43,81	89,99				
Berechnungshorizont 1, Regenerereignis Nr.4																		
Mittelwert	0,60	0,01	98,03	23,06	0,00	93,26	18,70	297,26	236,00	48,35	2073,19	5442,22	2190,70	4499,71				
Variation			64,14	14,00		55,35	13,77	67,01							0,69	58,94	0,00	4786,20
Auslastung	0,05	0,00	8,17	1,92	0,00	7,77	1,56	24,77	98,33	2,48	41,46	54,42	43,81	89,99				
Berechnungshorizont 1, Regenerereignis Nr.5																		
Mittelwert	12,86	2,75	91,73	25,01	6,66	97,52	16,27	303,39	235,78	56,18	2078,76	5437,92	2197,80	4475,75				
Variation			59,55	14,13		58,76	14,94	66,81							274,86	1285,86	666,01	5618,33
Auslastung	1,07	0,14	7,64	2,08	0,56	8,13	1,36	25,28	98,24	2,88	41,58	54,38	43,96	89,51				
Berechnungshorizont 2, Regenerereignis Nr.2																		
Mittelwert	33,41	27,20	105,03	70,31	3,56	120,86	25,90	317,95	229,57	75,04	1493,21	3872,58	1553,37	4238,79				
Variation			75,62	42,50		81,21	17,41	41,75							2094,72	2572,51	273,99	5777,92
Auslastung	2,78	1,40	8,75	5,86	0,30	10,07	2,16	26,50	95,65	3,85	29,86	38,73	31,07	84,78				
Berechnungshorizont 2, Regenerereignis Nr.3																		
Mittelwert	0,17	0,14	122,03	39,64	0,00	116,05	32,66	326,07	236,31	68,73	1983,75	5375,26	1982,75	4596,17				
Variation			62,16	17,08		60,31	14,64	51,36							12,94	15,53	0,00	6185,96
Auslastung	0,01	0,01	10,17	3,30	0,00	9,67	2,72	27,17	98,46	3,52	39,67	53,75	39,66	91,92				
Berechnungshorizont 2, Regenerereignis Nr.4																		
Mittelwert	0,03	0,65	115,24	36,88	0,00	111,54	31,85	310,66	236,26	52,95	2034,69	5486,74	2034,32	4588,75				
Variation			67,72	16,38		57,31	15,57	52,92							61,20	2,37	0,00	4977,58
Auslastung	0,00	0,03	9,60	3,07	0,00	9,30	2,65	25,89	98,44	2,72	40,69	54,87	40,69	91,78				

	BP1	BW1	BP2	BP3	BP4	BP5	BP6	BP7	BP8	BW2	KV1	KV23	KV4	KV5	KENT11	KENT12	KENT21	KENT52
Berechnungshorizont 2, Regenereignis Nr.5																		
Mittelwert	2,49	4,69	119,27	36,41	0,00	121,54	30,82	348,43	236,61	93,17	2025,46	5345,50	2042,79	4562,89				
Variation			73,78	16,61		68,68	16,17	56,26							426,46	226,22	0,00	8478,89
Auslastung	0,21	0,24	9,94	3,03	0,00	10,13	2,57	29,04	98,59	4,78	40,51	53,45	40,86	91,26				
Berechnungshorizont 3, Regenereignis Nr.3																		
Mittelwert	0,00	0,00	132,57	42,30	0,00	132,70	41,57	356,11	235,73	105,92	1848,76	4904,94	1844,75	4287,77				
Variation			79,98	27,00		86,08	26,54	80,54							0,00	0,00	0,00	8685,08
Auslastung	0,00	0,00	11,05	3,53	0,00	11,06	3,46	29,68	98,22	5,43	36,98	49,05	36,90	85,76				
Berechnungshorizont 4, Regenereignis Nr.1																		
Mittelwert	0,00	0,00	108,64	49,37	0,00	105,08	49,31	237,81	235,64	0,00	1194,33	3284,22	1183,50	3925,80				
Variation			73,98	30,98		83,03	27,93	41,96							0,00	0,00	0,00	0,00
Auslastung	0,00	0,00	9,05	4,11	0,00	8,76	4,11	19,82	98,18	0,00	23,89	32,84	23,67	78,52				
Berechnungshorizont 4, Regenereignis Nr.2																		
Mittelwert	37,30	17,45	121,02	79,22	9,29	148,62	52,31	329,51	232,91	95,51	1427,72	3800,94	1445,27	3785,00				
Variation			104,45	46,44		122,80	32,73	60,24							1326,13	2835,15	706,07	7259,12
Auslastung	3,11	0,89	10,09	6,60	0,77	12,38	4,36	27,46	97,04	4,90	28,55	38,01	28,91	75,70				
Berechnungshorizont 4, Regenereignis Nr.3																		
Mittelwert	0,00	0,00	159,70	70,46	0,00	147,78	58,84	363,37	232,01	128,45	1455,44	3992,42	1485,09	3912,64				
Variation			109,39	48,34		112,84	43,02	93,53							0,00	0,00	0,00	10789,87
Auslastung	0,00	0,00	13,31	5,87	0,00	12,32	4,90	30,28	96,67	6,59	29,11	39,92	29,70	78,25				
Berechnungshorizont 4, Regenereignis Nr.4																		
Mittelwert	0,00	0,00	148,58	58,19	0,00	148,04	58,07	360,67	235,14	114,39	1663,04	4511,80	1665,27	4311,38				
Variation			89,84	30,02		117,10	34,44	71,98							0,00	0,00	0,00	9380,33
Auslastung	0,00	0,00	12,38	4,85	0,00	12,34	4,84	30,06	97,98	5,87	33,26	45,12	33,31	86,23				
Berechnungshorizont 4, Regenereignis Nr.5																		
Mittelwert	0,00	0,00	173,42	72,10	0,00	160,49	61,32	411,71	233,48	177,17	1534,25	4067,68	1541,22	3943,43				
Variation			111,86	38,83		104,35	44,50	67,40							0,00	0,00	0,00	14350,42
Auslastung	0,00	0,00	14,45	6,01	0,00	13,37	5,11	34,31	97,28	9,09	30,68	40,68	30,82	78,87				

Simulationsergebnisse mit der Branch-and-Bound-Methode für das Ersatzsystem ohne Entlastungsknoten

	BP1	BW1	BP2	BP3	BP4	BP5	BP6	BP7	BP8	BW2	KV1	KV23	KV4	KV5	KENT11	KENT12	KENT21	KENT52
Berechnungshorizont 1, Regenerereignis Nr.1																		
Mittelwert	0,00	0,00	50,45	1,87	0,00	50,45	2,03	206,27	205,32	0,00	1140,39	2864,24	1140,11	3270,49				
Variation			14,46	0,77		13,11	1,13	24,42							0,00	0,00	0,00	0,00
Auslastung	0,00	0,00	4,20	0,16	0,00	4,20	0,17	17,19	85,55	0,00	22,81	28,64	22,80	65,41				
Berechnungshorizont 1, Regenerereignis Nr.2																		
Mittelwert	33,95	7,67	61,41	33,30	7,11	79,54	9,85	235,52	233,40	1,12	2149,78	5409,57	2095,01	4125,33				
Variation			41,61	26,39		47,50	4,21	26,99							767,22	3395,21	711,19	111,86
Auslastung	2,83	0,39	5,12	2,77	0,59	6,63	0,82	19,63	97,25	0,06	43,00	54,10	41,90	82,51				
Berechnungshorizont 1, Regenerereignis Nr.3																		
Mittelwert	0,00	0,00	78,86	10,95	0,00	83,73	15,87	274,72	234,99	28,73	2516,46	6224,21	2499,88	4438,19				
Variation			43,88	9,92		45,94	8,93	42,89							0,00	0,00	0,00	2873,38
Auslastung	0,00	0,00	6,57	0,91	0,00	6,98	1,32	22,89	97,91	1,47	50,33	62,24	50,00	88,76				
Berechnungshorizont 1, Regenerereignis Nr.4																		
Mittelwert	0,00	0,00	77,41	11,03	0,00	84,17	17,76	267,73	234,96	15,56	2667,66	6508,70	2611,91	4562,82				
Variation			41,83	8,67		50,80	9,12	34,21							0,00	0,00	0,00	1556,22
Auslastung	0,00	0,00	6,45	0,92	0,00	7,01	1,48	22,31	97,90	0,80	53,35	65,09	52,24	91,26				
Berechnungshorizont 1, Regenerereignis Nr.5																		
Mittelwert	12,60	0,00	76,71	13,98	0,00	88,25	12,95	291,79	235,26	45,25	2544,21	6265,18	2534,02	4431,39				
Variation			38,12	9,71		45,26	11,06	45,30							0,00	1260,43	0,00	4524,98
Auslastung	1,05	0,00	6,39	1,16	0,00	7,35	1,08	24,32	98,02	2,32	50,88	62,65	50,68	88,63				
Berechnungshorizont 2, Regenerereignis Nr.2																		
Mittelwert	45,95	2,76	78,88	54,48	0,00	93,85	21,80	241,39	238,77	0,00	2040,08	5316,40	2045,38	4345,51				
Variation			72,60	37,68		83,51	17,76	28,57							276,38	4595,21	0,00	0,00
Auslastung	3,83	0,14	6,57	4,54	0,00	7,82	1,82	20,12	99,49	0,00	40,80	53,16	40,91	86,91				
Berechnungshorizont 2, Regenerereignis Nr.3																		
Mittelwert	0,00	0,00	91,53	22,86	0,00	101,61	29,16	282,29	238,77	25,09	2448,18	6140,91	2430,64	4614,43				
Variation			58,90	20,69		78,60	22,68	52,63							0,00	0,00	0,00	2508,71
Auslastung	0,00	0,00	7,63	1,91	0,00	8,47	2,43	23,52	99,49	1,29	48,96	61,41	48,61	92,29				
Berechnungshorizont 2, Regenerereignis Nr.4																		
Mittelwert	0,00	0,00	83,06	14,88	0,00	95,45	26,89	275,42	238,77	11,75	2601,33	6433,26	2577,39	4692,00				
Variation			45,16	11,41		67,27	15,14	40,55							0,00	0,00	0,00	1174,72
Auslastung	0,00	0,00	6,92	1,24	0,00	7,95	2,24	22,95	99,49	0,60	52,03	64,33	51,55	93,84				

	BP1	BW1	BP2	BP3	BP4	BP5	BP6	BP7	BP8	BW2	KV1	KV23	KV4	KV5	KENT11	KENT12	KENT21	KENT52
Berechnungshorizont 2, Regenerereignis Nr.5																		
Mittelwert	0,00	0,00	97,41	18,70	0,00	103,42	22,98	310,27	238,77	54,50	2489,02	6196,48	2476,91	4543,23				
Variation			75,57	15,87		84,73	15,23	51,67							0,00	0,00	0,00	5449,69
Auslastung	0,00	0,00	8,12	1,56	0,00	8,62	1,91	25,86	99,49	2,79	49,78	61,96	49,54	90,86				
Berechnungshorizont 3, Regenerereignis Nr.3																		
Mittelwert	0,00	0,00	119,33	46,66	0,00	120,83	50,80	283,56	238,77	25,03	2427,13	6109,99	2432,15	4639,41				
Variation			123,83	46,78		116,60	42,34	56,79							0,00	0,00	0,00	2503,13
Auslastung	0,00	0,00	9,94	3,89	0,00	10,07	4,23	23,63	99,49	1,28	48,54	61,10	48,64	92,79				
Berechnungshorizont 4, Regenerereignis Nr.1																		
Mittelwert	0,00	0,00	115,90	57,71	0,00	122,72	64,85	235,37	238,52	0,00	1122,83	3202,23	1122,23	3837,15				
Variation			109,64	42,32		116,73	51,30	46,39							0,00	0,00	0,00	0,00
Auslastung	0,00	0,00	9,66	4,81	0,00	10,23	5,40	19,61	99,38	0,00	22,46	32,02	22,44	76,74				
Berechnungshorizont 4, Regenerereignis Nr.2																		
Mittelwert	48,67	0,00	147,78	125,16	0,00	177,85	105,47	243,58	238,77	0,00	2034,27	5299,07	2037,78	4364,22				
Variation			163,33	67,78		172,08	72,84	37,30							0,00	5370,36	0,00	0,00
Auslastung	4,06	0,00	12,32	10,43	0,00	14,82	8,79	20,30	99,49	0,00	40,69	52,99	40,76	87,28				
Berechnungshorizont 4, Regenerereignis Nr.3																		
Mittelwert	0,00	0,00	165,81	93,81	0,00	176,67	103,03	284,39	238,77	25,03	2432,23	6077,36	2426,47	4647,56				
Variation			179,20	65,01		160,53	62,11	54,09							0,00	0,00	0,00	2502,72
Auslastung	0,00	0,00	13,82	7,82	0,00	14,72	8,59	23,70	99,49	1,28	48,64	60,77	48,53	92,95				
Berechnungshorizont 4, Regenerereignis Nr.4																		
Mittelwert	0,00	0,00	169,05	97,97	0,00	172,03	101,16	276,82	238,77	11,70	2548,14	6444,57	2579,73	4707,56				
Variation			147,35	58,51		145,76	54,11	42,56							0,00	0,00	0,00	1170,27
Auslastung	0,00	0,00	14,09	8,16	0,00	14,34	8,43	23,07	99,49	0,60	50,96	64,45	51,59	94,15				
Berechnungshorizont 4, Regenerereignis Nr.5																		
Mittelwert	0,00	0,00	181,02	102,69	0,00	178,76	98,24	315,42	238,77	54,39	2415,64	6177,98	2404,29	4598,21				
Variation			167,10	66,70		145,53	62,96	39,75							0,00	0,00	0,00	5439,43
Auslastung	0,00	0,00	15,09	8,56	0,00	14,90	8,19	26,29	99,49	2,79	48,31	61,78	48,09	91,96				

Simulationsergebnisse mit der Simplexmethode für das Ersatzsystem mit Entlastungsknoten

	BP1	BW1	BP2	BP3	BP4	BP5	BP6	BP7	BP8	BW2	KV1	KV23	KV4	KV5	KENT11	KENT12	KENT21	KENT52
Berechnungshorizont 1, Regenerereignis Nr.3																		
Mittelwert	0,00	0,00	65,75	0,00	0,00	115,09	31,45	302,40	238,77	25,13	4215,83	5733,84	1037,87	4855,64				
Variation			14,38	0,00		32,94	24,24	38,67							0,00	0,00	0,00	2513,45
Auslastung	0,00	0,00	5,48	0,00	0,00	9,59	2,62	25,20	99,49	1,29	84,32	57,34	20,76	97,11				
Berechnungshorizont 1, Regenerereignis Nr.4																		
Mittelwert	0,00	0,00	52,90	0,00	0,00	111,42	31,47	289,04	238,77	11,77	4336,87	6133,96	1148,68	4837,06				
Variation			14,57	0,00		27,92	20,07	27,73							0,00	0,00	0,00	1176,74
Auslastung	0,00	0,00	4,41	0,00	0,00	9,28	2,62	24,09	99,49	0,60	86,74	61,34	22,97	96,74				
Berechnungshorizont 2, Regenerereignis Nr.2																		
Mittelwert	33,95	0,00	67,42	23,31	14,90	79,95	0,00	268,23	238,77	0,00	1716,66	6886,09	701,25	4836,13				
Variation			29,49	24,24		37,95	0,00	21,88							0,00	3395,21	1490,14	0,00
Auslastung	2,83	0,00	5,62	1,94	1,24	6,66	0,00	22,35	99,49	0,00	34,33	68,86	14,02	96,72				
Berechnungshorizont 2, Regenerereignis Nr.3																		
Mittelwert	0,00	0,00	94,60	16,11	0,00	93,82	13,43	302,40	238,77	25,13	2135,40	7834,82	1076,20	4855,64				
Variation			34,62	22,97		33,47	16,02	38,67							0,00	0,00	0,00	2513,45
Auslastung	0,00	0,00	7,88	1,34	0,00	7,82	1,12	25,20	99,49	1,29	42,71	78,35	21,52	97,11				
Berechnungshorizont 2, Regenerereignis Nr.4																		
Mittelwert	0,00	0,00	98,56	20,59	0,00	97,81	17,96	289,04	238,77	11,77	2313,38	8162,74	1183,26	4837,06				
Variation			30,09	20,38		25,91	11,84	27,73							0,00	0,00	0,00	1176,73
Auslastung	0,00	0,00	8,21	1,72	0,00	8,15	1,50	24,09	99,49	0,60	46,27	81,63	23,67	96,74				
Berechnungshorizont 2, Regenerereignis Nr.5																		
Mittelwert	9,27	0,00	94,14	17,42	0,00	100,04	12,24	322,52	238,77	45,25	2167,76	7876,65	1126,77	4855,70				
Variation			34,74	25,65		35,56	16,40	40,03							0,00	927,14	0,00	4524,98
Auslastung	0,77	0,00	7,85	1,45	0,00	8,34	1,02	26,88	99,49	2,32	43,36	78,77	22,54	97,11				
Berechnungshorizont 3, Regenerereignis Nr.3																		
Mittelwert	0,00	0,00	87,19	8,69	0,00	91,93	13,43	302,40	238,77	25,13	1976,80	7751,21	1227,69	4855,64				
Variation			35,12	17,57		40,44	16,02	38,67							0,00	0,00	0,00	2513,45
Auslastung	0,00	0,00	7,27	0,72	0,00	7,66	1,12	25,20	99,49	1,29	39,54	77,51	24,55	97,11				
Berechnungshorizont 4, Regenerereignis Nr.2																		
Mittelwert	36,67	0,00	55,42	17,36	12,00	79,77	5,04	262,83	238,77	0,00	1709,09	6640,60	697,75	4787,29				
Variation			8,00	19,60		40,35	0,27	21,88							0,00	3667,36	1200,00	0,00
Auslastung	3,06	0,00	4,62	1,45	1,00	6,65	0,42	21,90	99,49	0,00	34,18	66,41	13,96	95,75				

	BP1	BW1	BP2	BP3	BP4	BP5	BP6	BP7	BP8	BW2	KV1	KV23	KV4	KV5	KENT11	KENT12	KENT21	KENT52
Berechnungshorizont 4, Regenereignis Nr.3																		
Mittelwert	0,00	0,00	79,93	1,52	0,00	89,45	9,24	302,40	238,77	25,13	2143,75	7589,30	1096,28	4855,64				
Variation			30,27	3,08		28,94	12,94	38,67							0,00	0,00	0,00	2513,45
Auslastung	0,00	0,00	6,66	0,13	0,00	7,45	0,77	25,20	99,49	1,29	42,87	75,89	21,93	97,11				
Berechnungshorizont 4, Regenereignis Nr.5																		
Mittelwert	5,36	0,00	82,05	1,60	0,00	87,95	0,33	326,43	238,77	49,16	2136,61	7622,96	1195,85	4855,70				
Variation			35,27	3,22		35,52	0,67	40,03							0,00	536,11	0,00	4916,01
Auslastung	0,45	0,00	6,84	0,13	0,00	7,33	0,03	27,20	99,49	2,52	42,73	76,23	23,92	97,11				

Simulationsergebnisse mit der Simplexmethode für das Ersatzsystem ohne Entlastungsknoten

	BP1	BW1	BP2	BP3	BP4	BP5	BP6	BP7	BP8	BW2	KV1	KV23	KV4	KV5	KENT11	KENT12	KENT21	KENT52
Berechnungshorizont 1, Regenereignis Nr.1																		
Mittelwert	0,00	0,00	53,95	0,88	0,00	54,17	1,10	239,14	238,77	0,00	199,78	3852,20	12,01	4248,55				
Variation			54,08	1,78		19,72	2,23	23,06							0,00	0,00	0,00	0,00
Auslastung	0,00	0,00	4,50	0,07	0,00	4,51	0,09	19,93	99,49	0,00	4,00	38,52	0,24	84,97				
Berechnungshorizont 1, Regenereignis Nr.3																		
Mittelwert	0,00	0,00	92,79	16,46	0,00	100,51	25,34	302,40	238,77	25,13	3335,09	3922,73	3579,53	4830,51				
Variation			38,18	22,97		52,36	38,00	41,10							0,00	0,00	0,00	2513,45
Auslastung	0,00	0,00	7,73	1,37	0,00	8,38	2,11	25,20	99,49	1,29	66,70	39,23	71,59	96,61				
Berechnungshorizont 1, Regenereignis Nr.4																		
Mittelwert	0,00	0,00	99,38	23,84	0,00	75,26	17,96	289,04	238,77	11,77	3699,12	4662,34	3130,16	4825,29				
Variation			39,51	20,38		30,03	15,57	30,16							0,00	0,00	0,00	1176,73
Auslastung	0,00	0,00	8,28	1,99	0,00	6,27	1,50	24,09	99,49	0,60	73,98	46,62	62,60	96,51				
Berechnungshorizont 2, Regenereignis Nr.2																		
Mittelwert	45,95	0,00	69,22	35,31	2,90	78,06	0,00	268,14	238,77	0,00	749,98	6860,47	1660,89	4835,50				
Variation			29,58	24,24		42,53	0,00	23,06							0,00	4595,21	290,14	0,00
Auslastung	3,83	0,00	5,77	2,94	0,24	6,50	0,00	22,34	99,49	0,00	15,00	68,60	33,22	96,71				
Berechnungshorizont 2, Regenereignis Nr.3																		
Mittelwert	0,00	0,00	93,37	13,43	0,00	86,57	8,07	302,40	238,77	25,13	1300,23	7813,95	1890,18	4830,51				
Variation			36,14	9,57		35,23	13,94	41,10							0,00	0,00	0,00	2513,46
Auslastung	0,00	0,00	7,78	1,12	0,00	7,21	0,67	25,20	99,49	1,29	26,00	78,14	37,80	96,61				
Berechnungshorizont 2, Regenereignis Nr.4																		
Mittelwert	0,00	0,00	90,29	10,98	0,00	101,92	23,95	289,04	238,77	11,77	1509,25	8145,01	1973,74	4825,29				
Variation			31,74	10,98		37,51	20,54	30,16							0,00	0,00	0,00	1176,73
Auslastung	0,00	0,00	7,52	0,91	0,00	8,49	2,00	24,09	99,49	0,60	30,18	81,45	39,47	96,51				

	BP1	BW1	BP2	BP3	BP4	BP5	BP6	BP7	BP8	BW2	KV1	KV23	KV4	KV5	KENT11	KENT12	KENT21	KENT52
Berechnungshorizont 2, Regenerereignis Nr.5																		
Mittelwert	0,00	0,00	99,77	12,24	0,00	93,25	7,25	331,79	238,77	54,52	1298,32	7865,73	1976,07	4770,98				
Variation			42,95	24,24		45,16	8,58	42,45							0,00	0,00	0,00	5452,12
Auslastung	0,00	0,00	8,31	1,02	0,00	7,77	0,60	27,65	99,49	2,80	25,97	78,66	39,52	95,42				
Berechnungshorizont 3, Regenerereignis Nr.3																		
Mittelwert	0,00	0,00	87,19	8,69	0,00	83,64	5,06	302,40	238,77	25,13	1539,95	7754,81	1621,02	4830,51				
Variation			51,89	17,57		44,60	10,21	41,10							0,00	0,00	0,00	2513,45
Auslastung	0,00	0,00	7,27	0,72	0,00	6,97	0,42	25,20	99,49	1,29	30,80	77,55	32,42	96,61				
Berechnungshorizont 4, Regenerereignis Nr.2																		
Mittelwert	48,67	0,00	56,36	30,31	0,00	77,97	3,24	262,83	238,77	0,00	796,70	6621,83	1592,97	4787,29				
Variation			6,07	29,60		38,60	0,27	23,06							0,00	5370,36	0,00	0,00
Auslastung	4,06	0,00	4,70	2,53	0,00	6,50	0,27	21,90	99,49	0,00	15,93	66,22	31,86	95,75				
Berechnungshorizont 4, Regenerereignis Nr.3																		
Mittelwert	0,00	0,00	78,50	3,24	0,00	79,27	4,01	302,40	238,77	25,13	1309,97	7566,72	1877,61	4830,51				
Variation			37,58	0,18		34,84	1,61	36,17							0,00	0,00	0,00	2513,45
Auslastung	0,00	0,00	6,54	0,27	0,00	6,61	0,33	25,20	99,49	1,29	26,20	75,67	37,55	96,61				
Berechnungshorizont 4, Regenerereignis Nr.5																		
Mittelwert	0,00	0,00	85,90	3,14	0,00	85,91	3,15	331,79	238,77	54,52	2031,37	7586,82	1220,26	4758,86				
Variation			37,04	0,18		36,25	0,18	23,06							0,00	0,00	0,00	5452,13
Auslastung	0,00	0,00	7,16	0,26	0,00	7,16	0,26	27,65	99,49	2,80	40,63	75,87	24,41	95,18				

Simulationsergebnisse mit der Branch-and-Bound-Methode für das Ersatzsystem mit Entlastungsknoten ohne Bogen BP3

	BP1	BW1	BP2	BP3	BP4	BP5	BP6	BP7	BP8	BW2	KV1	KV23	KV4	KV5	KENT11	KENT12	KENT21	KENT52
Berechnungshorizont 2, Regenerereignis Nr.3																		
Mittelwert:	0,00	0,04	94,95	0,00	1,11	128,46	34,85	363,07	234,31	102,11	1998,93	5265,85	1994,53	4607,52				
Variation:			51,55	0,00		72,18	21,55	59,91							2,90	0,00	87,96	8067,03
Auslastung:	0,00	0,00	7,91	0,00	0,09	10,71	2,90	30,26	97,63	5,24	39,98	52,66	39,89	92,15				
Berechnungshorizont 2, Regenerereignis Nr.5																		
Mittelwert:	4,93	1,18	97,06	0,00	0,06	129,78	27,96	391,12	234,82	130,17	2079,14	5329,84	2027,01	4608,99				
Variation:			59,74	0,00		75,67	14,78	60,78							94,16	394,78	4,59	10413,32
Auslastung:	0,41	0,06	8,09	0,00	0,00	10,81	2,33	32,59	97,84	6,68	41,58	53,30	40,54	92,18				
Berechnungshorizont 4, Regenerereignis Nr.3																		
Mittelwert:	0,00	0,00	127,32	0,00	0,00	133,54	8,85	347,23	237,92	44,06	2674,92	9094,70	2697,75	4755,32				
Variation:			49,32	0,00		66,01	18,01	70,62							0,00	0,00	0,00	2599,45
Auslastung:	0,00	0,00	10,61	0,00	0,00	11,13	0,74	28,94	99,13	2,26	53,50	90,95	53,96	95,11				
Berechnungshorizont 4, Regenerereignis Nr.5																		
Mittelwert:	0,00	0,00	104,52	0,00	0,00	140,29	40,73	405,93	235,12	160,56	1770,60	4729,58	1813,93	4219,07				
Variation:			83,12	0,00		96,16	23,19	65,32							0,00	0,00	0,06	12684,57
Auslastung:	0,00	0,00	8,71	0,00	0,00	11,69	3,39	33,83	97,97	8,23	35,41	47,30	36,28	84,38				

Simulationsergebnisse mit der Branch-and-Bound-Methode für das Ersatzsystem ohne Entlastungsknoten ohne Bogen BP3

	BP1	BW1	BP2	BP3	BP4	BP5	BP6	BP7	BP8	BW2	KV1	KV23	KV4	KV5	KENT11	KENT12	KENT21	KENT52
Berechnungshorizont 2, Regenerereignis Nr.3																		
Mittelwert:	0,00	0,00	73,75	0,00	0,00	94,83	26,48	283,34	238,77	25,10	2432,70	6181,15	2441,59	4573,91				
Variation:			43,95	0,00		44,39	13,82	49,62							0,00	0,00	0,00	2510,43
Auslastung:	0,00	0,00	6,15	0,00	0,00	7,90	2,21	23,61	99,49	1,29	48,65	61,81	48,83	91,48				
Berechnungshorizont 2, Regenerereignis Nr.5																		
Mittelwert:	0,00	0,00	78,68	0,00	0,00	95,89	18,38	308,73	238,77	54,49	2522,04	6222,04	2501,70	4459,83				
Variation:			45,38	0,00		44,93	11,12	43,03							0,00	0,00	0,00	5449,15
Auslastung:	0,00	0,00	6,56	0,00	0,00	7,99	1,53	25,73	99,49	2,79	50,44	62,22	50,03	89,20				
Berechnungshorizont 4, Regenerereignis Nr.3																		
Mittelwert:	0,00	0,00	73,37	0,00	0,00	117,92	44,23	284,90	238,77	25,09	2425,72	6059,37	2452,63	4643,91				
Variation:			58,98	0,00		84,34	23,60	45,19							0,00	0,00	0,00	2508,83
Auslastung:	0,00	0,00	6,11	0,00	0,00	9,83	3,69	23,74	99,49	1,29	48,51	60,59	49,05	92,88				
Berechnungshorizont 4, Regenerereignis Nr.5																		
Mittelwert:	0,00	0,00	79,55	0,00	0,00	120,58	40,60	314,74	238,77	54,48	2440,84	6139,49	2471,90	4544,32				
Variation:			59,82	0,00		88,51	28,13	41,68							0,00	0,00	0,00	5447,70
Auslastung:	0,00	0,00	6,63	0,00	0,00	10,05	3,38	26,23	99,49	2,79	48,82	61,39	49,44	90,89				

Simulationsergebnisse mit der Simplexmethode für das Ersatzsystem mit Entlastungsknoten ohne Bogen BP3

	BP1	BW1	BP2	BP3	BP4	BP5	BP6	BP7	BP8	BW2	KV1	KV23	KV4	KV5	KENT11	KENT12	KENT21	KENT52
Berechnungshorizont 2, Regeneignis Nr.3																		
Mittelwert:	0,00	0,00	79,13	0,00	0,00	95,90	17,13	307,46	238,77	30,19	1598,58	7591,94	1318,61	4855,64				
Variation:			34,41	0,00		43,52	22,97	38,95							0,00	0,00	0,00	3019,04
Auslastung:	0,00	0,00	6,59	0,00	0,00	7,99	1,43	25,62	99,49	1,55	31,97	75,92	26,37	97,11				
Berechnungshorizont 2, Regeneignis Nr.5																		
Mittelwert:	0,00	0,00	140,02	0,00	9,59	165,04	30,13	385,99	237,92	82,82	3177,86	9197,65	2309,37	4755,43				
Variation:			52,44	0,00		74,05	35,91	66,99							0,00	0,00	565,78	4886,34
Auslastung:	0,00	0,00	11,67	0,00	0,80	13,75	2,51	32,17	99,13	4,25	63,56	91,98	46,19	95,11				
Berechnungshorizont 4, Regeneignis Nr.3																		
Mittelwert:	0,00	0,00	127,32	0,00	0,00	133,54	8,85	347,23	237,92	44,06	2674,92	9094,70	2697,75	4755,32				
Variation:			49,32	0,00		66,01	18,01	70,62							0,00	0,00	0,00	2599,45
Auslastung:	0,00	0,00	10,61	0,00	0,00	11,13	0,74	28,94	99,13	2,26	53,50	90,95	53,96	95,11				
Berechnungshorizont 4, Regeneignis Nr.5																		
Mittelwert:	4,34	0,00	81,57	0,00	0,00	86,11	0,21	327,46	238,77	50,19	1691,38	7684,14	1637,61	4855,70				
Variation:			38,28	0,00		42,72	0,42	40,03							0,00	433,61	0,00	5018,51
Auslastung:	0,36	0,00	6,80	0,00	0,00	7,18	0,02	27,29	99,49	2,57	33,83	76,84	32,75	97,11				

Simulationsergebnisse mit der Simplexmethode für das Ersatzsystem ohne Entlastungsknoten ohne Bogen BP3

	BP1	BW1	BP2	BP3	BP4	BP5	BP6	BP7	BP8	BW2	KV1	KV23	KV4	KV5	KENT11	KENT12	KENT21	KENT52
Berechnungshorizont 2, Regeneignis Nr.3																		
Mittelwert:	0,00	0,00	80,21	0,00	0,00	87,88	9,20	307,46	238,77	30,19	1084,91	7626,49	1827,21	4825,45				
Variation:			29,76	0,00		35,41	9,57	41,37							0,00	0,00	0,00	3019,04
Auslastung:	0,00	0,00	6,68	0,00	0,00	7,32	0,77	25,62	99,49	1,55	21,70	76,26	36,54	96,51				
Berechnungshorizont 2, Regeneignis Nr.5																		
Mittelwert:	0,00	0,00	161,86	0,00	0,00	137,70	19,14	419,98	237,59	106,90	2433,02	9063,66	3643,12	4570,68				
Variation:			74,99	0,00		89,93	19,85	74,36							0,00	0,00	0,00	5452,11
Auslastung:	0,00	0,00	13,49	0,00	0,00	11,47	1,60	35,00	99,00	5,48	48,66	90,64	72,86	91,41				
Berechnungshorizont 4, Regeneignis Nr.3																		
Mittelwert:	0,00	0,00	78,41	0,00	0,00	79,36	4,19	302,40	238,77	25,13	2067,93	7624,96	1122,70	4830,51				
Variation:			30,27	0,00		25,02	1,61	33,09							0,00	0,00	0,00	2513,46
Auslastung:	0,00	0,00	6,53	0,00	0,00	6,61	0,35	25,20	99,49	1,29	41,36	76,25	22,45	96,61				
Berechnungshorizont 4, Regeneignis Nr.5																		
Mittelwert:	0,00	0,00	87,35	0,00	0,00	85,82	3,24	331,79	238,77	54,52	1284,65	7702,50	1979,55	4758,53				
Variation:			38,96	0,00		41,43	0,18	23,06							0,00	0,00	0,00	5452,12
Auslastung:	0,00	0,00	7,28	0,00	0,00	7,15	0,27	27,65	99,49	2,80	25,69	77,02	39,59	95,17				

Simulationsergebnisse mit der Branch-and-Bound-Methode für das Ersatzsystem mit Entlastungsknoten und alle d -Terme = 0

	BP1	BW1	BP2	BP3	BP4	BP5	BP6	BP7	BP8	BW2	KV1	KV23	KV4	KV5	KENT11	KENT12	KENT21	KENT52
Berechnungshorizont 1, Regenerereignis Nr.1																		
Mittelwert:	0,00	0,00	60,91	10,76	0,00	57,05	7,73	223,17	233,67	0,00	978,53	2633,77	994,42	3312,31				
Variation:			31,19	9,06		23,93	6,18	42,98							0,00	0,00	0,00	0,00
Auslastung:	0,00	0,00	5,08	0,90	0,00	4,75	0,64	18,60	97,36	0,00	19,57	26,34	19,89	66,25				
Berechnungshorizont 1, Regenerereignis Nr.3																		
Mittelwert:	0,00	0,00	103,25	28,31	0,00	97,94	22,25	314,74	235,72	69,25	1862,68	4848,71	1921,23	4208,41				
Variation:			51,65	15,91		61,36	15,12	81,71							0,00	0,00	0,00	6924,81
Auslastung:	0,00	0,00	8,60	2,36	0,00	8,16	1,85	26,23	98,22	3,55	37,25	48,49	38,42	84,17				
Berechnungshorizont 1, Regenerereignis Nr.5																		
Mittelwert:	12,29	9,79	95,09	34,69	0,00	103,27	21,80	311,22	236,65	75,99	1862,60	4894,05	1990,29	4001,97				
Variation:			62,64	19,51		62,83	18,54	62,21							979,30	1229,20	0,00	7599,16
Auslastung:	1,02	0,50	7,92	2,89	0,00	8,61	1,82	25,93	98,60	3,90	37,25	48,94	39,81	80,04				
Berechnungshorizont 2, Regenerereignis Nr.3																		
Mittelwert:	0,00	0,00	115,56	33,18	0,00	118,49	36,81	334,70	233,27	95,70	1711,01	4580,89	1728,21	4100,66				
Variation:			71,33	20,41		68,29	21,77	69,60							0,00	0,00	0,00	8709,12
Auslastung:	0,00	0,00	9,63	2,77	0,00	9,87	3,07	27,89	97,19	4,91	34,22	45,81	34,56	82,01				
Berechnungshorizont 4, Regenerereignis Nr.3																		
Mittelwert:	0,00	0,00	158,90	65,40	0,00	160,95	68,03	380,90	234,09	147,93	1439,68	3829,30	1406,34	3906,23				
Variation:			97,91	30,96		113,80	38,15	75,60							0,00	0,00	0,00	11834,08
Auslastung:	0,00	0,00	13,24	5,45	0,00	13,41	5,67	31,74	97,54	7,59	28,79	38,29	28,13	78,12				

Simulationsergebnisse mit der Branch-and-Bound-Methode für das Ersatzsystem ohne Entlastungsknoten und alle d -Terme = 0

	BP1	BW1	BP2	BP3	BP4	BP5	BP6	BP7	BP8	BW2	KV1	KV23	KV4	KV5	KENT11	KENT12	KENT21	KENT52
Berechnungshorizont 1, Regenerereignis Nr.1																		
Mittelwert:	0,00	0,00	54,31	4,99	0,00	55,36	6,04	213,94	224,44	0,00	983,33	2597,90	980,15	3196,22				
Variation:			17,58	1,82		17,48	2,35	39,48							0,00	0,00	0,00	0,00
Auslastung:	0,00	0,00	4,53	0,42	0,00	4,61	0,50	17,83	93,52	0,00	19,67	25,98	19,60	63,92				
Berechnungshorizont 1, Regenerereignis Nr.3																		
Mittelwert:	0,00	0,00	80,20	10,41	0,00	85,73	15,87	282,20	238,77	25,05	2470,94	6141,35	2437,50	4609,09				
Variation:			40,79	6,37		39,16	8,69	52,79							0,00	0,00	0,00	2504,77
Auslastung:	0,00	0,00	6,68	0,87	0,00	7,14	1,32	23,52	99,49	1,28	49,42	61,41	48,75	92,18				
Berechnungshorizont 1, Regenerereignis Nr.5																		
Mittelwert:	9,18	0,00	80,89	13,00	0,00	92,29	15,05	302,16	238,77	45,25	2499,19	6200,28	2474,28	4585,89				
Variation:			38,13	9,52		39,36	11,09	48,99							0,00	918,45	0,00	4524,97
Auslastung:	0,77	0,00	6,74	1,08	0,00	7,69	1,25	25,18	99,49	2,32	49,98	62,00	49,49	91,72				

Simulationsergebnisse mit der Branch-and-Bound-Methode für das Ersatzsystem mit Entlastungsknoten alle d -Terme = 0, nur $d_{BP2} = 10$

	BP1	BW1	BP2	BP3	BP4	BP5	BP6	BP7	BP8	BW2	KV1	KV23	KV4	KV5	KENT11	KENT12	KENT21	KENT52
Berechnungshorizont 1, Regenerereignis Nr.3																		
Mittelwert:	2,30	6,37	75,97	10,07	0,00	98,58	23,00	305,58	236,22	60,37	2206,09	4456,74	1677,50	4223,57				
Variation:			54,79	8,92		59,08	17,04	73,50							636,77	229,97	0,00	6036,66
Auslastung:	0,19	0,33	6,33	0,84	0,00	8,22	1,92	25,46	98,43	3,10	44,12	44,57	33,55	84,47				
Berechnungshorizont 1, Regenerereignis Nr.5																		
Mittelwert:	26,62	0,35	68,75	16,12	0,00	106,46	23,39	316,86	235,59	73,17	2236,59	4534,81	1684,08	4147,19				
Variation:			49,29	15,76		55,31	13,74	67,39							35,47	2661,70	0,00	7317,39
Auslastung:	2,22	0,02	5,73	1,34	0,00	8,87	1,95	26,40	98,16	3,75	44,73	45,35	33,68	82,94				
Berechnungshorizont 2, Regenerereignis Nr.3																		
Mittelwert:	0,00	0,00	124,80	33,38	0,00	124,15	33,50	370,62	234,03	109,94	1821,67	4898,93	1874,57	4313,53				
Variation:			86,96	20,04		88,75	25,33	89,63							0,00	0,00	0,00	9015,29
Auslastung:	0,00	0,00	10,40	2,78	0,00	10,35	2,79	30,88	97,51	5,64	36,43	48,99	37,49	86,27				

Simulationsergebnisse mit der Branch-and-Bound-Methode für das Ersatzsystem mit Entlastungsknoten alle d -Terme = 0, nur $d_{BP2} = 10$

	BP1	BW1	BP2	BP3	BP4	BP5	BP6	BP7	BP8	BW2	KV1	KV23	KV4	KV5	KENT11	KENT12	KENT21	KENT52
Berechnungshorizont 1, Regenerereignis Nr.3																		
Mittelwert:	0,00	0,00	65,60	2,09	0,00	89,65	18,85	278,21	238,77	25,05	2976,35	5915,84	2310,30	4456,37				
Variation:			33,80	3,01		43,78	12,90	50,17							0,00	0,00	0,00	2504,59
Auslastung:	0,00	0,00	5,47	0,17	0,00	7,47	1,57	23,18	99,49	1,28	59,53	59,16	46,21	89,13				
Berechnungshorizont 1, Regenerereignis Nr.5																		
Mittelwert:	9,18	0,00	63,06	2,83	0,00	90,51	13,57	295,22	238,77	45,25	2998,93	5986,67	2369,65	4404,36				
Variation:			32,79	4,07		39,40	6,23	44,81							0,00	918,28	0,00	4524,98
Auslastung:	0,77	0,00	5,25	0,24	0,00	7,54	1,13	24,60	99,49	2,32	59,98	59,87	47,39	88,09				
Berechnungshorizont 2, Regenerereignis Nr.3																		
Mittelwert:	0,00	0,00	96,46	23,19	0,00	97,73	25,96	286,48	238,77	25,02	2391,58	6149,07	2408,69	4684,26				
Variation:			58,41	17,41		77,09	14,42	52,75							0,00	0,00	0,00	2501,98
Auslastung:	0,00	0,00	8,04	1,93	0,00	8,14	2,16	23,87	99,49	1,28	47,83	61,49	48,17	93,69				

Simulationsergebnisse mit der Branch-and-Bound-Methode für das Ersatzsystem ohne Entlastungsknoten mit konkaven Kosten für Entlastungsbogen

	BP1	BW1	BP2	BP3	BP4	BP5	BP6	BP7	BP8	BW2	KV1	KV23	KV4	KV5	KENT11	KENT12	KENT21	KENT52
Berechnungshorizont 2, Regenerereignis Nr.3																		
Mittelwert:	0,00	39,80	149,98	36,59	0,00	187,13	34,15	583,02	237,49	358,16	977,25	3087,36	1134,23	2035,55				
Variation:			92,81	19,26		110,29	22,16	73,25							1950,00	0,00	0,00	17550,00
Auslastung:	0,00	2,04	12,50	3,05	0,00	15,59	2,85	48,59	98,95	18,37	19,54	30,87	22,68	40,71				
Berechnungshorizont 2, Regenerereignis Nr.5																		
Mittelwert:	0,00	73,58	122,44	40,31	0,00	189,47	34,68	556,93	237,68	327,19	949,44	3322,72	1163,86	2298,14				
Variation:			82,83	19,75		110,64	17,38	66,92							3900,00	0,00	0,00	17340,91
Auslastung:	0,00	3,77	10,20	3,36	0,00	15,79	2,89	46,41	99,03	16,78	18,99	33,23	23,28	45,96				
Berechnungshorizont 4, Regenerereignis Nr.3																		
Mittelwert:	0,55	177,16	141,09	116,17	0,00	294,61	92,10	644,85	236,68	427,26	539,47	2581,08	920,76	1184,98				
Variation:			102,88	62,89		125,14	41,56	75,65							6555,02	20,19	0,04	15808,50
Auslastung:	0,05	9,09	11,76	9,68	0,00	24,55	7,67	53,74	98,61	21,91	10,79	25,81	18,42	23,70				
Berechnungshorizont 4, Regenerereignis Nr.5																		
Mittelwert:	8,24	181,98	154,20	108,78	69,57	313,36	77,82	695,75	236,49	481,25	628,47	2731,63	978,12	1171,12				
Variation:			131,70	51,65		123,57	44,74	95,77							6369,41	288,39	2434,86	16843,87
Auslastung:	0,69	9,33	12,85	9,07	5,80	26,11	6,49	57,98	98,54	24,68	12,57	27,32	19,56	23,42				

Simulationsergebnisse mit der Branch-and-Bound-Methode für das Ersatzsystem mit Entlastungsknoten mit KV1/KV4-Kosten = $0,05 x^2$

	BP1	BW1	BP2	BP3	BP4	BP5	BP6	BP7	BP8	BW2	KV1	KV23	KV4	KV5	KENT11	KENT12	KENT21	KENT52
Berechnungshorizont 2, Regenerereignis Nr.3																		
Mittelwert:	0,00	0,04	104,50	28,03	0,00	98,06	21,49	311,90	234,38	73,14	2122,06	3993,35	2228,36	4168,22				
Variation:			75,95	15,27		64,73	15,70	63,06							4,36	0,00	0,00	7167,70
Auslastung:	0,00	0,00	8,71	2,34	0,00	8,17	1,79	25,99	97,66	3,75	42,44	39,93	44,57	83,36				
Berechnungshorizont 2, Regenerereignis Nr.5																		
Mittelwert:	1,59	2,26	115,34	29,68	0,00	111,66	23,44	359,39	233,93	105,56	2325,24	4329,77	2417,14	4248,15				
Variation:			72,79	15,13		59,74	16,32	76,14							208,32	146,28	0,00	9711,64
Auslastung:	0,13	0,12	9,61	2,47	0,00	9,30	1,95	29,95	97,47	5,41	46,50	43,30	48,34	84,96				

Simulationsergebnisse mit der Branch-and-Bound-Methode für das Ersatzsystem ohne Entlastungsknoten mit KV1/KV4-Kosten = $0,05 x^2$

	BP1	BW1	BP2	BP3	BP4	BP5	BP6	BP7	BP8	BW2	KV1	KV23	KV4	KV5	KENT11	KENT12	KENT21	KENT52
Berechnungshorizont 2, Regenerereignis Nr.3																		
Mittelwert:	0,00	0,00	85,82	15,80	0,00	78,62	11,44	280,82	238,77	25,09	2957,40	5161,89	2934,01	4580,87				
Variation:			64,65	8,99		53,70	7,41	59,25							0,00	0,00	0,00	2508,77
Auslastung:	0,00	0,00	7,15	1,32	0,00	6,55	0,95	23,40	99,49	1,29	59,15	51,62	58,68	91,62				
Berechnungshorizont 2, Regenerereignis Nr.5																		
Mittelwert:	0,00	0,00	85,25	11,03	0,00	94,00	17,62	308,49	238,77	54,49	3036,70	5252,33	2938,85	4477,70				
Variation:			43,03	13,43		65,12	6,02	47,65							0,00	0,00	0,00	5448,98
Auslastung:	0,00	0,00	7,10	0,92	0,00	7,83	1,47	25,71	99,49	2,79	60,73	52,52	58,78	89,55				

Simulationsergebnisse mit der Branch-and-Bound-Methode für das Ersatzsystem mit Entlastungsknoten mit KENT51-Kosten = $1,2 * 10^6 x^{0.2}$

	BP1	BW1	BP2	BP3	BP4	BP5	BP6	BP7	BP8	BW2	KV1	KV23	KV4	KV5	KENT11	KENT12	KENT21	KENT52
Berechnungshorizont 2, Regenereignis Nr.3																		
Mittelwert:	0,10	0,00	104,57	30,95	1,77	105,21	30,50	302,27	235,04	37,30	2131,13	5669,60	2149,32	4653,42				
Variation:			56,63	16,71		52,69	14,09	60,07							0,00	10,06	176,78	3730,36
Auslastung:	0,01	0,00	8,71	2,58	0,15	8,77	2,54	25,19	97,93	1,91	42,62	56,70	42,99	93,07				
Berechnungshorizont 2, Regenereignis Nr.4																		
Mittelwert:	0,35	0,00	98,41	25,49	0,00	99,33	26,47	286,49	237,33	21,76	2445,48	6168,64	2427,70	4704,36				
Variation:			71,79	12,70		56,59	13,13	49,36							0,00	35,34	0,00	2175,82
Auslastung:	0,03	0,00	8,20	2,12	0,00	8,28	2,21	23,87	98,89	1,12	48,91	61,69	48,55	94,09				
Berechnungshorizont 2, Regenereignis Nr.5																		
Mittelwert:	17,62	0,47	101,54	37,65	0,00	114,25	31,21	319,36	234,91	54,12	2118,00	5653,88	2145,77	4647,34				
Variation:			58,42	23,78		62,63	12,26	61,66							46,96	1744,52	0,00	5357,84
Auslastung:	1,47	0,02	8,46	3,14	0,00	9,52	2,60	26,61	97,88	2,78	42,36	56,54	42,92	92,95				
Berechnungshorizont 4, Regenereignis Nr.3																		
Mittelwert:	0,00	0,02	132,59	58,47	0,00	131,46	59,71	293,84	235,75	47,85	2088,34	5363,80	2059,35	4443,00				
Variation:			115,20	32,00		111,73	47,15	54,59							2,18	0,00	0,00	4784,95
Auslastung:	0,00	0,00	11,05	4,87	0,00	10,96	4,98	24,49	98,23	2,45	41,77	53,64	41,19	88,86				
Berechnungshorizont 4, Regenereignis Nr.4																		
Mittelwert:	0,23	0,00	109,47	41,99	0,00	110,51	40,38	273,94	237,09	14,29	2569,54	6360,49	2571,77	4675,39				
Variation:			94,33	25,93		86,13	25,74	38,00							0,00	23,07	0,00	1429,41
Auslastung:	0,02	0,00	9,12	3,50	0,00	9,21	3,36	22,83	98,79	0,73	51,39	63,60	51,44	93,51				
Berechnungshorizont 4, Regenereignis Nr.5																		
Mittelwert:	0,00	0,04	132,18	50,18	0,00	127,67	49,41	324,36	236,42	74,58	2119,80	5460,69	2143,09	4522,77				
Variation:			116,36	27,40		101,07	32,08	55,54							4,11	0,20	0,00	7457,99
Auslastung:	0,00	0,00	11,01	4,18	0,00	10,64	4,12	27,03	98,51	3,82	42,40	54,61	42,86	90,46				

Simulationsergebnisse mit der Branch-and-Bound-Methode für das Ersatzsystem mit Entlastungsknoten mit KV4-Kosten = $0,02 x^2$

	BP1	BW1	BP2	BP3	BP4	BP5	BP6	BP7	BP8	BW2	KV1	KV23	KV4	KV5	KENT11	KENT12	KENT21	KENT52
Berechnungshorizont 2, Regenereignis Nr.4																		
Mittelwert:	6,92	0,78	112,35	30,39	0,00	112,75	25,28	353,45	235,82	100,83	1561,07	4120,56	3649,16	3849,00				
Variation:			58,90	16,40		75,12	14,45	84,55							71,56	636,47	0,00	9276,78
Auslastung:	0,58	0,04	9,36	2,53	0,00	9,40	2,11	29,45	98,26	5,17	31,22	41,21	72,98	76,98				
Berechnungshorizont 2, Regenereignis Nr.6																		
Mittelwert:	26,80	24,07	90,72	59,46	4,28	105,17	24,45	272,31	235,17	43,86	1235,78	3483,13	3453,39	3518,19				
Variation:			71,62	39,54		96,19	16,20	48,25							2142,42	2385,38	381,22	3903,89
Auslastung:	2,23	1,23	7,56	4,96	0,36	8,76	2,04	22,69	97,99	2,25	24,72	34,83	69,07	70,36				